



**Tatabányai
Árpád Gimnázium**

Helyi tanterv

HT4-2020

Négy évfolyamos gimnázium

**Matematika
emelt**

FRISSÍTVE: 2022. JÚLIUS 4.

Matematika

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások). A 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni.

A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvényábrázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A

tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulása során keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

Matematika

9-10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

9. évfolyam emelt matematika

A tantárgy heti óraszám: 5 óra

A tantárgy éves óraszám: 170 óra

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	óraszám
Kombinatorika, gráfok	7
Halmazok	11
Matematikai logika	2
Számhalmazok, műveletek	10
Arányosság, százalékszámítás	10
Hatvány, gyök	12
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	21
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	23
Geometriai alapismeretek	10
Háromszögek	17
Kör és részei	6
Leíró statisztika	7
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	17
Transzformációk, szerkesztések	13
Négyszögek, sokszögek	4
Összes óraszám:	170

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Óraszám: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

Fogalmak

permutáció, n faktoriális, variáció, gráf, gráf csúcsa, gráf éle,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

Témakör: Halmazok

Óraszám: 11 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával

- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról
- Ponthalmazok koordináta-rendszerben
- de Morgan azonosságok

Fogalmak

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi életből, más tantárgykból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

Témakör: Matematikai logika

Óraszám: 2 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma

- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok

Témakör: Számhalmazok, műveletek

Óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közönséges tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen

- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

Fogalmak

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

Témakör: Hatvány, gyök

Óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- tudja bizonyítani a hatványozás azonosságait egész kitevőre;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén és általánosan is
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével
- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével

Fogalmak

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga véccépapírral
- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

Témakör: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvény-ábrázolás során

Óraszám: 21 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- egyszerű algebrai törtekkel műveleteket végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$, $(a + b + c)^2$, $(a + b)^3$, $a^3 - b^3$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával $a^3 + b^3$,
- Algebrai törtek értelmezése, műveletek algebrai törtekkel

Fogalmak

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom, polinom fokszáma

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése

- Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

Témakör: Arányosság, százalékszámítás

Óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Fogalmak

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

Témakör: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

Óraszám: 23 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Elsőfokú paraméteres egyenletek megoldása
- Abszolútértéket tartalmazó elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség megoldása
- Elsőfokú törtekfejezéses egyenlet, egyenlőtlenség megoldása
- Elsőfokú paraméteres egyenletek megoldása
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusan
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Fogalmak

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv, egyenlet értelmezési tartománya,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

Témakör: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

Óraszám: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$, $a \cdot f(x + c) + d$, $a \cdot f(cx) + d$

- Kölcsonösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölcsonösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

Témakör: Geometriai alapismeretek

Óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.
- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltóshögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata

- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

Témakör: Háromszögek

Óraszám: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Bizonyítsa a Pitagorasz-tétel megfordítását
- Háromszög területének kiszámítása
- Bizonyítsa a háromszög magasságvonalaira vonatkozó tételt.

Fogalmak

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Óraszám: 13 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolttját hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, térkép, fényképezés)

- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diskusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

Fogalmak

geometria transzformációk, mint függvények, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában

Témakör: Leíró statisztika

Óraszám: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

- Tudjon sodrófa (box-plot) diagramot készíteni.
- Tudjon diagramról információt kiolvasni, tudjon grafikus manipulációkat felismerni.
- Tudjon adathalmazokat összehasonlítani sodrófa-diagramok alapján.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram, blogspot diagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiaagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

Fogalmak

oszlopdiaagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készül, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

Témakör: Négyszögek

Óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása

Fogalmak

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

Témakör: A kör és részei

Óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a szög mértékegységeit és az átváltási szabályokat (fok, radián);
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

Fogalmak

körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, húrnégyszög,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

10. évfolyam emelt matematika

A tantárgy heti óraszám: 5 óra

A tantárgy éves óraszám: 170 óra

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Matematikai logika	10
Kombinatorika, gráfok	13
Elsőfokú egyenletrendszerek	8
Hatvány, gyök	14
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	32
Arányosság, százalékszámítás	5
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	13
Háromszögek	7
Négyszögek, sokszögek	12
A kör és részei	17
Transzformációk, szerkesztések	12
Statisztika	7
Valószínűség-számítás	20
Összes óraszám:	170

Témakör: Matematikai logika

Óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;

- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Óraszám: 13 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;

- Tudja meghatározni a teljes gráf összes éleinek számát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

–

Fogalmak

kombináció, gráf, gráf csúcsa, gráf éle, teljes gráf

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

Témakör: Elsőfokú egyenletrendszerek

Óraszám: 8 óra

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold elsőfokú két- és háromismeretlenes egyenletrendszereket

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása új ismeretlen bevezetésével
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Fogalmak

alaphalmaz, megoldáshalmaz, paraméter, ~~hamis-gyök~~, egyenletrendszer

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

Témakör: Hatvány, gyök

Óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait
- tudja bizonyítani a négyzetgyökkvonás azonosságait

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökkvonás azonosságai
- A négyzetgyökkvonás azonosságainak bizonyítása

– Értelmezési tartomány vizsgálata

Fogalmak

négyzetgyök

Témakör: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

Óraszám: 32 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkeszlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot
- ismeri a gyökök és együtthatók közti összefüggéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
- Másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Algebrai törtes másodfokú egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenletrendszerek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c}=ax+b$ alakú négyzetgyökös egyenletek megoldása, értelmezési tartomány vizsgálata, ellenőrzés
- Legfeljebb két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek megoldása

Fogalmak

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás, hamis gyök, Viéte-formulák

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

Témakör: Arányosság, százalékszámítás

Óraszám: 5 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.
- egyenletek megoldása során alkalmazza a százalékszámítással kapcsolatos ismereteket
- egyszerűbb pénzügyi számításokat képes elvégezni

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Fogalmak

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléktérték, százalékláb

Témakör: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

Óraszám: 13 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- függvényeket függvénytranszformációs lépésekkel ábrázol
-
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Teljes négyzetté alakítás segítségével ábrázol másodfokú függvényt
- A tanult függvények többlépéses transzformációi: $c \cdot f(ax + b) + d$
- Másodfokú és gyökfüggvények grafikonjának, tulajdonságainak ismerete, inverz függvény fogalma
- Másodfokú függvényekre vezető szélsőértékfeladatok megoldása
- Ismeri, alkalmazza és bizonyítja a számtani és mértani közép közötti összefüggést

Fogalmak

értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, paritás, inverz függvény

Javasolt tevékenységek

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

Témakör: Háromszögek

Óraszám: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- tájékozódik a síkban;
- tájékozódik térképeken;
- felismeri és logikus rendszerbe illeszti a tanult tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek hasonlósági alapeseteit;
- ismeri és alkalmazza a derékszögű és általános háromszögben érvényes tételeket;

- ismeri és alkalmazza a háromszögek nevezetes vonalaira és pontjaira vonatkozó fogalmakat és tételeket

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A hasonlóság alkalmazása (derékszögű háromszögekre vonatkozó magasság és befogótétel)
- Szögfelezőtétel megismerése és alkalmazása és bizonyítása
- Háromszögek új területképletei
- A háromszögek középvonalaira és súlyvonalaira vonatkozó tételek bizonyítása

Fogalmak

hasonlóság, szögfelező, befogó, átfogó, átfogóhoz tartozó magasság,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Középpontos hasonlóság alkalmazás szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában

Témakör: Négyzetek, sokszögek

Óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

Fogalmak

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

Témakör: A kör és részei

Óraszám: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a szög mértékegységeit és az átváltási szabályokat (fok, radián);
- sík- és téreometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri és alkalmazza a kerületi és középponti szögek tételét és a kerületi szögek tételét,
- ismeri, bizonyítja és alkalmazza a húrnégyszögek tételét; ismeri és alkalmazza tétel megfordítását,
- ismeri az érintőnégyyszög fogalmát, ismeri, bizonyítja és az érintőnégyyszög tételt; ismeri és alkalmazza tétel megfordítását,
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását (ismétlés)
- ismeri és alkalmazza a látókör fogalmát

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak

Fogalmak

középponti szög, kerületi szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, szelőszakaszok, húrnégyszög, érintőnégyyszög, látókör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- Méréssel meghatározni, hogy adott körben, adott ívhez tartozó kerületi szög feleakkora, mint a középponti szög

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket,
- felismeri összetett problémákban a hasonlóság alkalmazhatóságát,
- adott szakaszt adott arányban fel tud osztani
- alakzatot adott arányban kicsinyít, nagyít

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (térkép, fényképezés)
- Hasonlósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Hasonló alakzatok megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel;
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)
- Ismeri és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét, a tétel megfordítását és a párhuzamos szelőszakaszok tételét

Fogalmak

középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában

- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

Témakör: Leíró statisztika

Óraszám: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.
- a középértékek segítségével jellemez egy adathalmazt

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop-, kör-, blogspot diagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok gyakorisági táblázatba rendezése, relatív gyakoriság megállapítása
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram, blogspot diagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és fordítva
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, relatív gyakoriság, terjelem, átlag, medián, aló és felső kvartilis, módusz, szórás, átlagos abszolút eltérés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
- Értékelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért

- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

Témakör: Valószínűségszámítás

Óraszám: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére ésszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

Fogalmak

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérméssel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

11-12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

11. évfolyam emelt matematika

A tantárgy heti óraszám: 6 óra

A tantárgy éves óraszám: 204 óra

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Trigonometria	55
Számelméleti ismeretek, számhalmazok	12
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	48
Koordinátageometria	39
Sorozatok	33
Kombinatorika, gráfok	17
Összes óraszám:	204

Témakör: Trigonometria

Óraszám: 55 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- két vektor hajlásszögének meghatározása, skaláris szorzat használata
- ábrázolja, transzformálja és jellemzi a trigonometrikus függvényeket
- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt
- megold trigonometrikus egyenleteket és egyenlőtlenségeket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri a forgásszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- ismeri a trigonometrikus függvények grafikonját és jellemzését
- ismeri a periodikusság fogalmát
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög és forgásszögek szinusza, koszinusza, tangense, kotangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Trigonometrikus függvények ábrázolása, jellemzése, transzformációi
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel és koszinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben, térben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szögfüggvények közötti összefüggések használata
- Addíciós tételek:
 - két szög összegének és különbségének szögfüggvényei,
 - egy szög kétszeresének szögfüggvényei,
 - A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása.
- Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása.
- Háromszögre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.
- Trigonometrikus egyenletek
- Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése.
- Trigonometrikus egyenlőtlenségek
- Grafikus megoldás, vagy egységkör alkalmazása.
- Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel, függvények periodikussága,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

Témakör: Számelméleti ismeretek, számhalmazok

Óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- átváltás különböző alapú számrendszerek között, műveletek számrendszerben adott számokkal
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás

- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

Témakör: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Óraszám: 48 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.
- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök és a törtekitevőjű hatvány fogalmát

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
- permanencia elv
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőjű számra
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Az n-edik gyök azonosságainak ismerete, bizonyítása, alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

- A logaritmus fogalma.
- Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.
- A logaritmus azonosságai.
- Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra.
- Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.
- A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.
- *Matematikatörténet*: Napier, Kepler; a logaritmus fogalmának kialakulása,
- A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.
- Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata.
- Inverz függvénykapcsolat.
- Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek.
- Exponenciális egyenletek és egyenlőtlenségek
- Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.
- Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosos egyenleteknél.
- Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.

Fogalmak

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus fogalma, logaritmusfüggvény, inverz függvény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoport munkában
- GeoGebra program használata
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoport munkában

- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

Témakör: Koordinátageometria

Óraszám: 39 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens
- A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata
- Az egyenes egyenletei:
 - Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes egyenlete.
 - Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban.
 - Iránytényezős egyenlet.
- Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.
- Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata.
- A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.
- Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.
- Két egyenes metszéspontja.
- Két egyenes hajlásszöge.

- Egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- Kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének feltétele, két egyenes metszéspontja
- Megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása, két kör közös pontjainak meghatározása
- Felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.
- A parabola tengelyponti egyenlete.
 - A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes.
- A parabola és a másodfokú függvény.
- Teljes négyzetté kiegészítés.
- A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.
- A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.

Fogalmak

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, irányvektor, normálvektor, iránytényező, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, parabola egyenlete, érintő

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

Témakör: Sorozatok

Óraszám: 33 óra

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. *Matematikatörténet*: Fibonacci
- Számtani sorozat fogalma, a számtani sorozat n -edik tagja.
- A számtani sorozat első n tagjának összege.

- Mértani sorozat fogalma, a mértani sorozat n -edik tagja.
- A mértani sorozat első n tagjának összege.
- *Matematikatörténet: Gauss.*
- Számítási feladatok számtani és mértani sorozatokra.
- Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.
- A számtani sorozat mint lineáris, és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.
- Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása.
- Törlesztési feladatok.
- Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.
- Sorozatok konvergenciája.
- A határérték szemléletes és pontos definíciói.
- Műveletek konvergens sorozatokkal.
- Konvergens és divergens sorozatok.
- Konvergens sorozatok tulajdonságai.
- Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek.
- Rendőrelv.
- Végtelen sorok.
- Végtelen sor konvergenciája, összege.
- Végtelen mértani sor.
- Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.

Fogalmak

Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat, sorozat határértéke, korlátossága, konvergens sorozat, divergens sorozat, végtelen sor,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- **Matematikatörténeti kiselőadások készítése**
- **Pénzügyi számítások, hitelfelvétel, törlesztőrészlet számítások csoportmunkában**
- **Digitális alkalmazások használata**
- **Gondolattérkép készítése**

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Óraszám: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása, Pascal háromszög
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf, út, vonal, kör fogalmának ismerete
- Euler vonal,
- Irányított gráf

Fogalmak

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban, teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf, út, vonal, kör, Euler-vonal, irányított gráf

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése

12. évfolyam emelt matematika

A tantárgy heti óraszám: 8 óra

A tantárgy éves óraszám: 224 óra

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	óraszám
Statisztika, valószínűség számítás	27
Függvények, differenciál számítás	43
Síkidomok területe, integrál számítás, téreometria	60
Rendszerező összefoglalás	94
Összes óraszám:	224

Témakör: Leíró statisztika és valószínűség számítás

Óraszám: 27 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középvértékekkel és szóródási mutatókkal
- Átlagos abszolút eltérés kiszámítása
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás, középértékek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

Valószínűség-számítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- feltételes valószínűség ismerete, kiszámítása
- várható érték kiszámítása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

Témakör: Függvények, differenciálszámítás

Óraszám: 43 óra

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése.
- Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.
- Függvény határértéke
- A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.
- Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke.
- A függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.
- A függvények folytonossága.
- Példák folytonos és nem folytonos függvényekre.
- A folytonosság definíciói.
- Intervallumon folytonos függvények.
- Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai.
- Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére.
- A függvénygörbe érintőjének iránytangense, érintő egyenletének felírása
- A differenciálhatóság fogalma.
- A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény.
- Példák nem differenciálható függvényekre is.
- Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között.
- Alapfüggvények deriváltja: konstans függvény, x^n , trigonometrikus függvények deriváltja.
- Műveletek differenciálható függvényekkel.

- Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg, szorzat, hányados, összetett függvény deriváltja.
- Magasabb rendű deriváltak.
- Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.
- A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.
- Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.
- Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.
- A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.
- Konvexitás vizsgálata deriválással.
- A konvexitás definíciója.
- Inflexiós pont.
- A második derivált és a konvexitás kapcsolata.
- Függvényvizsgálat differenciálszámítással.
- Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- GeoGebra program használatával függvények ábrázolása jellemzése
- Feladatmegoldás páros munkában vagy csoportmunkában
- Parabola szerkesztése
- Önálló feladatmegoldás

Fogalmak

függvény határértéke, folytonossága, differencia-, differenciálhányados, deriváltfüggvény, inflexiós pont, konvexitás

Témakör: Síkidomok területe, integrálszámítás, térgeometria

Óraszám: 60 óra

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A területszámítás alapelvei.
- Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből.
- A területszámítás módszereinek áttekintése.
- Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben (pl. geometriai bizonyításokban).
- Síkidomok területének meghatározása
- Bevezető feladatok az integrál fogalmához.
- Függvény grafikonja alatti terület.
- Alsó és felső közelítő összegek.

- Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása.
- Közelítés véges összegekkel.
- A határozott integrál fogalma, jelölése.
- A szemléletes megközelítésre alapozva jutunk el a pontos definícióig.
- Példa nem integrálható függvényre is.
- Negatív függvény határozott integrálja.
- A határozott integrál és a terület-előjeles terület.
- Az integrál közelítő kiszámítása.
- Matematikatörténet: Bernhard Riemann.
- Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele.
- Korlátos és monoton függvények integrálhatósága.
- A határozott integrál tulajdonságai.
- Az integrál mint a felső határ függvénye.
- Integrálfüggvény.
- Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja.
- Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között.
- A primitív függvény fogalma.
- A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál:
 - hatványfüggvény, polinom függvény;
 - trigonometrikus függvények.
- A Newton Leibniz tétel.
- Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler.
- Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra.
- Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.
- Forgástest térfogatának meghatározása.
- Henger, kúp, csonka kúp, gömb, gömbszelet térfogata.
- A térfogatszámítás alapelvei.
- Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből.
- A térfogatszámítás áttekintése.
- A térfogatszámítás néhány új eleme.
- A gúla, kúp térfogata.
- Csonka gúla, csonka kúp térfogata.
- Alakzatok felszíne, hálójaja.
- Csonka gúla, csonka kúp felszíne.
- Gömb felszíne
- Térgeometria elemei.
- Szabályos testek.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- GeoGebra program használata

- Testek hálójának elkészítése
- Testek készítése kartonpapírból
- Térgeometriai modellek, élvázak használata
- Kahoot program használata ellenőrzéshez
- Feladatok megoldása páros és csoportmunkában

Fogalmak

Alsó és felső közelítő összeg, határozott integrál, primitív függvény, határozatlan integrál, felszín, térfogat, forgástest, csonkagúla, csonkakúp, gömb

Témakör: Rendszerező összefoglalás

Óraszám: 94 óra

Gondolkodási módszerek:

Halmazok, matematikai logika:

- Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz.
- Halmazok közötti műveletek.
- Végtelen halmazok elmélete; számosságok.
- Állítások, logikai értékük.
- Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.

Kombinatorika, gráfok, algoritmusok:

- Permutáció, variáció, kombináció.
- Binomiális tétel. Pascal háromszög.
- Elemi gráfelméleti ismeretek.
- A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása

Algebra és számelmélet:

Műveletek kifejezésekkel

- Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok.
- A hatványozás azonosságai.
- A matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv.
- Gyökös kifejezések átalakításai.
- Exponenciális és logaritmusos kifejezések átalakításai.

Számelmélet

- Oszthatósági szabályok.
- Prímszámok.
- Oszthatósági feladatok megoldása.

Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

- Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek.

- Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Polinomok algebrája.
- Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.

Függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Függvények
- A függvény fogalma.
- Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus-, trigonometrikus függvények.
- Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint.
- Függvénytranszformációk.

Sorozatok, sorok

- A sorozat fogalma.
- Számtani, mértani sorozat.
- Rekurzióval megadott egyéb sorozatok.
- Sorozatok monotonitása, konvergenciája.
- A végtelen mértani sor.

Analízis

- Függvények korlátossága és monotonitása.
- Függvény határértéke, folytonossága.
- Differenciálhányados, derivált függvény.
- Differenciálási szabályok.
- Függvényvizsgálat differenciálás segítségével.
- Szélsőérték-meghatározási módok.
- A tanult függvények primitív függvényei.
- Integrálási módszerek.
- A határozott integrál.
- Newton Leibniz tétel.
- A határozott integrál alkalmazásai.

Geometria

- Geometriai alapfogalmak
- Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge.
- Geometriai alakzatok, bizonyítások
- Nevezetes ponthalmazok.
- Síkidomok, testek, tulajdonságaik.
- Elemi sík- és térgeometriai tételek.
- Geometriai transzformációk
- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik.

Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria

- *Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében.*
- *Vektorfelbontás, vektorok koordinátái.*
- *Hegyszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel.*
- *A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása.*
- *Trigonometrikus azonosságok.*
- *Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei.*
- *A parabola definíciója, egyenlete.*
- *Geometriai mértékek*
- *A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik.*

A terület fogalma és kiszámítási módjai.

- *A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai.*
- *Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.*

Valószínűségszámítás, statisztika

- *Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás, kvartilis.*
- *Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer.*
- *Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása.*
- *Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság.*
- *A valószínűség kiszámítási módjai.*
- *Geometriai valószínűség.*
- *Feltételes valószínűség.*
- *Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján.*