

MATEMATIKA

9–12. évfolyam gimnázium

Célok és feladatok

A matematikatanítás célja, feladata a tanulók önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. Mindezt az a folyamat biztosítja, amelynek során fokozatosan kiépítjük a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása), és a tanultakat változatos területeken alkalmazzuk. A problémák felvetése tegye indokolttá a tanulók számára a pontos fogalomalkotást. Ezek a folyamatok váljanak a tanulók belső, felfedező tanulási tevékenységének részévé.

Mindez fejleszti a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. A célszerű, új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, a problémahelyzetek önálló, megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását.

A matematikai nevelés sokoldalú eszközökkel fejleszti a tanulók matematizáló, modellalkotó tevékenységét, kialakítja a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét, megmutatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, szakközépiskolákban a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez, gazdasági, pénzügyi kérdések áttekintéséhez, helyes döntések meghozatalához. A lehetőségekhez igazodva támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor, Internet stb.) célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia kifejlődéséhez.

Fontos, hogy a tanulók képessé váljanak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. Ebben a törekvésben fontos terület a matematika alkalmazásának, eszköz jellegének sokoldalú bemutatása, és a tanításban való érvényesítése. A tananyag egyes részleteinek csoport-munkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei.

Az általános iskolai tanításhoz képest egyre inkább hangsúlyt kap a tárgy deduktív jellege, de továbbra sem nélkülözhető a szemléletre és tevékenységre épülő feldolgozás sem.

A tanulók váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére. A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához.

A matematika kerettantervének új vonásai:

- a) a modellalkotás, matematizálás jelentőségének növekedése;
- b) a matematika alkalmazási terének növekedése;
- c) egyensúly a matematika belső struktúrájának kiépítése és a tanultaknak a mindennapi életben, más tárgyakban való felhasználása, eszközként való alkalmazása között;
- d) a modern oktatási, tanulási technológiák beépítése a mindennapi iskolai oktatási, nevelési tevékenységbe.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét.

A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget.

Fejlesztési követelmények

A matematikai kompetencia kialakítása

Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása

A matematikai szemlélet fejlesztése

A középiskolai tanulmányok során a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmak megerősítésére, bizonyos fogalmak definiálására, általánosítására kerül sor. A különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejleszt a tanulók matematizáló tevékenységét.

Az időszak végére szükség van a valós számkör biztos ismeretére, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása. Műveleteket az algebrai kifejezések és a vektorok körében is értelmezünk és használunk.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

A geometriai ismeretek bővülése, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása fejleszti a dinamikus geometriai szemléletet. A trigonometriai számítások a gyakorlat szempontjából fontosak (távolságok, szögek meghatározása számítás útján). A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg. A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...” az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat. Aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban.

A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítésének, a komplex problémakezelésnek a képességét is fejleszti.

Hasznos az élet és a különböző tudományok megértéséhez (a társadalomtudományokéhoz is) a gyakorlatban fontos témák megismerése, pl. a geometriai számítások, a leíró statisztika és valószínűség-számítás elemeinek alkalmazása. Ez megmutatja a tanulók számára a matematika használhatóságát. El kell érniük, hogy az érettségi előtt állók e területeken bizonyos gyakorlottságra tegyenek szert.

Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása

A 9–12. évfolyam matematikatanításában az induktív módszer mellett nagyobb szerepet kapnak a deduktív következtetések is. A tanítandó anyagban sejtéseket fogalmazzunk (fogalmaztatunk) meg, melyek néhány lépésben bizonyíthatók vagy megcáfolhatók. Tanításunkban fontos a bizonyítás iránti igény felkeltése. Sor kerül néhány egyszerű tétel bizonyítására, bizonyítási módszerek megismerésére, valamint a fogalmak, szabályok pontos megfogalmazására. A matematikatanításban alapvetően fontos az absztrakciós képesség fejlesztése.

Az érettségi előtti rendszerező összefoglaláskor a matematika komplexitását mutatja meg az elemi halmazelméleti és logikai ismeretek alkalmazása különböző témakörökben, valamint egyszerű modellek (pl. gráfok) szerepeltetése.

A logikus gondolkodás a problémamegoldásban, az algoritmikus eljárások során és az alkalmazásokban egyaránt lényeges. A matematika különböző területein néhány lépéses algoritmus készítése az informatika tanulmányozásához is fontos.

Természetesen ezen időszakban is elengedhetetlen a szemléltető ábrák és egyéb eszközök alkalmazása nemcsak a geometriában (trigonometriában), hanem a kombinatorikában és a statisztikában is. Az adatsokaságok különböző jellemzési lehetőségeinek megismertetésével ezen a téren is fejlesztjük az alkalmazásképes tudást. Ezek az eljárások biztosítják sokoldalú kommunikációs formák közül a megfelelő kiválasztásának és alkalmazásának képességét.

Helyes tanulási szokások fejlesztése

A gyakorlati számítások során alkalmazott újabb ismeretek egyre fontosabbá teszik az elektronikus eszközök célszerű használatát.

A közelítő értékekkel való számoláshoz különösen elengedhetetlen a becslés, a kerekítés, az ellenőrzés különböző módjainak alkalmazása, az eredmény realitásának eldöntése.

A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A helyes érvelésre szoktatással sokat tehet (és tesz is) a matematikatanítás a kommunikációs készség fejlesztéséért.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Fontos elárnunk, hogy a tanulók meg tudják különböztetni a definíciót, a sejtést és a tételt. Matematikatudásról akkor beszélhetünk, ha a definíciókat, tételeket alkalmazni is tudja a tanuló.

Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a matematika a kultúrtörténet része. Komoly motiváció lehet tanításunkban a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok élete, munkássága. Ehhez segítséget ad a könyvtár és az internet használata is.

9. évfolyam

Évi óraszám: 111

Belépő tevékenységformák

Gondolkodási módszerek

A szemléletes fogalmak definiálása, tudatosítása.

Módszer keresése az összes eset áttekintéséhez.

A szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése.

Számtan, algebra

A hatvány fogalmának célszerű kiterjesztése, a számok nagyságrendjének tudása.

Műveletek végzése számokkal és algebrai kifejezésekkel, a szaknyelv használata.

Algoritmikus gondolkodás és a gyakorlati problémák modellezése, értő szövegolvasás.

A rendszerező-képesség fejlesztése.

A matematika iránti érdeklődés erősítése az elemi számelmélet alapvető problémáival és matematikatörténeti vonatkozásaival.

Függvények, sorozatok

A függvényszemlélet fejlesztése: a hozzárendelések szabályként való értelmezése.

A távolság és az abszolútérték kapcsolata

A megfelelő modell megkeresése.

Geometria

Tájékozottság a megismert síkidomok tulajdonságaiban.

Sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, bizonyítási igény kialakítása.

A transzformációk, mint függvények értelmezése, megmaradó és változó tulajdonságok a transzformációkban.

Síkbeli tájékozódás, tervezés, a konstrukciós, analízáló képesség és a diskussziós igény kialakítása, sokoldalú szemléltetés, szerkesztőprogramok megismerése.

Valószínűség, statisztika

A statisztikai adatok helyes értelmezése. Képi információ és a matematikai tartalom kapcsolata.

Témakörök

Tartalmak

Gondolkodási módszerek 6 óra

A megismert számhalmazok, ponthalmazok áttekintése, véges és végtelen halmazok, az intervallum fogalma. Halmazműveletek: unió, metszet, részhalmaz képzés, két halmaz különbsége.

Kombinatorikai feladatok, az összes eset áttekintése.

Az „akkor és csak akkor” használata – (folyamatos)

Tétel és megfordítása (folyamatos).

Számтан, algebra 42 óra

A hatványozás értelmezése 0 és negatív egész kitevőre, a hatványozás azonosságai és bizonyításuk.; számok abszolút értéke, normál alakja.

Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás; $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$ szorzat alakja, $(a \pm b)^3$, $a^3 - b^3$ szorzat alakja.

Ezen azonosságok alkalmazása egyszerű algebrai törtekkel végzett műveleteknél.

Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekben.

Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.

Egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok, százalékszámítás, kamatszámítás. Gazdaságosság, veszteség, nyereség elemzése a feladatok kapcsán.

Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek.

Relatív prímek, oszthatósági feladatok, számelmélet alaptétele, példa számrendszerekre.

Függvények, sorozatok 12 óra

A függvény fogalma, elemi tulajdonságai; a lineáris függvény, abszolútérték függvény, másodfokú függvény, gyakorlati példák további függvényekre, a fordított

arány, $x \mapsto \frac{a}{x}$.

A vizsgált függvények elemi tulajdonságai.

Geometria 39 óra

Geometriai alapfogalmak, háromszögekkel, négyszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek kiegészítése, rendszerezése.

A háromszög nevezetes vonalai, beírt köre, körülírt köre. (Legalább egy tétel bizonyítása.)

Thalész tétele, a kör és érintői.

A tengelyes és középpontos tükrözés, az eltolás áttekintése, rendszerezése, pont körüli elforgatás és tulajdonságai. A forgásszög fogalma, ívmérték, a kör középponti szöge, körív hossza, körcikk kerülete, területe (képletek használata).

Egyszerű szerkesztési feladatok.

Valószínűség, statisztika 6 óra

Statisztikai adatok és ábrázolásuk (kördiagram, oszlopdiagram stb.), számtani közép, medián, módusz; szórás. Környezetvédelmi, népesedési, fogyasztásról szóló adatok szerepeltetése.

Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás 6 óra.

A továbbhaladás feltételei

Tájékozottság a racionális számkörben.

Részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége.

Az azonosságok ismerete és alkalmazásuk.

Számok abszolútértéke, normál alakja.

A másodfokú azonosságok alkalmazása.

A négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.

Egyszerű egyenletrendszerek biztos megoldása.

A százalékszámítás alkalmazása a gyakorlatban.

3-mal, 9-cel való oszthatóság ismerete.

Számok prímtényezőkre való bontása.

2-es alapú számrendszerkapcsolata a 10-es alapú számrendszerrel.

Az alapfüggvények tulajdonságainak ismerete.

Képlettel megadott függvény ábrázolása értéktáblázat segítségével.

Speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságainak ismerete.

A nevezetes vonalak ismerete, a háromszög beírt és köréírt körének ismerete.

A körrel kapcsolatos fogalmak és az érintő tulajdonságának ismerete.

Az eltolás és tükrözések tulajdonságainak felhasználása egyszerű feladatokban.

Számsokaság számtani közepének kiszámítása, a középső érték (medián) és a leggyakoribb érték (módusz) ismerete.

Kördiagram, oszlopdiagram adatainak értelmezése.

10. évfolyam

Évi óraszám: 111

Belépő tevékenységek

Gondolkodási módszerek

A köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetése. A bizonyítási igény további fejlesztése. A követő képzelet fejlesztése a tanult bizonyítások felidézésével.

Számтан, algebra

A permanencia elve a számfogalom bővítésében.

A megoldás keresése többféle úton, tanulói felfedezések, önálló eljárások keresése.

Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.

A matematika eszközként való felhasználása gyakorlati és természettudományos problémák megoldásában. A szöveg felidézése, vázlat, rajz készítése a problémához. A megfelelő rögzítési mód megtalálása.

Diszkussziós igény az algebrai feladatoknál.

Célszerű módszerek megválasztása: algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban.

Függvények, sorozatok

Új függvénytulajdonságok megismerése, a periodicitás mint időbeli és térbeli jelenség.

Függvénytranszformációk alkalmazása.

A négyjegyű függvénytáblázatok és matematikai összefüggések célszerű használata.

Geometria

A transzformációs szemlélet fejlesztése. Hasonlósági kapcsolatok keresése a mindennapi életben.

Kreatív problémamegoldás.

Geometriai ismeretek alkalmazása, biztos számolási készség, zsebszámológép célszerű használata.

A vektorok további alkalmazása.

Valószínűség, statisztika

A valós helyzetek értelmezése, megértése és értékelése. Kísérletek elvégzése és számítógépes modellezése.

Témakörök

Tartalmak

Gondolkodási módszerek 6 óra

Tétel és megfordítása. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv).
Változatos kombinatorikai feladatok.

Számтан, algebra 36 óra

A valós szám szemléletes fogalma, kapcsolata a szám-egyenessel, a valós számok tizedes tört alakja, példák irracionális számokra.
A négyzetgyök azonosságainak használata egyszerű esetekben, az n-edik gyök.

A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet, gyöktényező alak, összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között.

Másodfokú egyenltre vezető szöveges feladatok.

(Egyszerű gazdaságossági számítások, mozgási feladatok, tréfás feladatok, stb.)

Ekvivalens és nem ekvivalens lépések egyenletek átalakításánál, egyszerű négyzetgyökös egyenletek.

Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.

Függvények, sorozatok 17 óra

A négyzetgyök függvény., a tanult függvények néhány egyszerű transzformációja.

A forgásszög szögfüggvényeinek értelmezése, összefüggés a szög szögfüggvényei között.

A szögfüggvények tulajdonságai (értelmezési tartomány, monotonitás, zérushelyek, szélsőértékek, periodicitás, értékészlet), a függvények ábrázolása.

Geometria 39 óra

A háromszögek hasonlósága, alapeseteinek ismerete és alkalmazása. egyszerű esetekben.

A hasonlóság alkalmazásai: háromszög súlyvonalai, súlypontja, arányossági tételek a derékszögű háromszögben. (Legalább egy tétel bizonyítása.)

Hasonló síkidomok területének aránya, hasonló testek térfogatának aránya.

Körrel kapcsolatos fogalmak áttekintése, kerületi szög, kerületi és középponti szögek tétele, látószögek körív ismerete és alkalmazása.

Pitagorasz tételének illetve a szögfüggvényeknek alkalmazása derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására, gyakorlati feladatok.

Nevezetes szögek szögfüggvény-értékeinek kiszámítása.

A vektor szorzása számmal, vektor felbontása síkban.

Valószínűség, statisztika 7 óra

Valószínűségi kísérletek. A valószínűség szemléletes fogalma, kiszámítása egyszerű esetekben.

Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás 6 óra

A továbbhaladás feltételei

A csak kimondott, illetve be is bizonyított összefüggések megkülönböztetése.

Egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatok konkrét elemszám esetén.

Tájékozottság a valós számok halmazán, a racionális és irracionális számok tizedes tört alakja, nevezetes irracionális számok ismerete.

A négyzetgyök azonosságainak alkalmazása egyszerű esetekben.

A megoldóképlet biztos ismerete és alkalmazása.

Két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalma.

Különböző típusú egyszerű szöveges feladatok megoldása.

Egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldása.

A megoldások ellenőrzése.

A szögfüggvények definíciójának ismerete, az $x \mapsto \sin x$ és $x \mapsto \cos x$ függvények ábrázolása és tulajdonságai.

A hasonlóság szemléletes tartalmának ismerete, a középpontos nagyítás és kicsinyítés alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban.

Az alapesetek ismerete.

A felsorolt tételek ismerete és alkalmazása egy vagy két lépéssel megoldható számítási feladatoknál.

Egyszerű problémák megoldása a klasszikus valószínűségi modell alapján.

11. évfolyam

Évi óraszám: 111

Belépő tevékenységformák

Gondolkodási módszerek

- A kombinatív készség fejlesztése.
- A többféle megoldási mód lehetőségének keresése.
- Becslés, a becslés összevetése a számításokkal.
- A gráf modellként való felhasználása.

Számтан, algebra

- Modell megtalálása a matematikán belüli problémánál.
- A matematikai fogalom célszerű kiterjesztése, a fogalmak általánosításánál a permanencia elv felhasználása.
- Bizonyítás iránti igény mélyítése.
- Matematikatörténeti vonatkozások megismerése (könyvtár- és internethasználat).
- Az absztrakciós és szintetizáló képesség fejlesztése.
- Az önellenőrzés igényének fejlesztése.

Függvények, sorozatok

- A függvényfogalom fejlesztése.
- Összefüggések felismerése a matematika különböző területei között.
- A bizonyításra való törekvés fejlesztése.
- Számítógép használata a függvényvizsgálatokban és a transzformációkban.

Geometria, mérés

- A térszemlélet fejlesztése.
- Pontos fogalomalkotásra törekvés.
- Bizonyítás iránti igény továbbfejlesztése.
- A fizika és a matematika termékeny kapcsolatának megmutatása.
- Tervszerű munkára nevelés.
- Az esztétikai érzék fejlesztése.
- A matematika gyakorlati felhasználása.
- A zsebszámológép és a számítógép alkalmazása. Az eredmények realitásának és pontosságának eldöntése.
- Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.
- A bizonyítási készség fejlesztése.
- Adott probléma többféle megközelítése.

Valószínűség, statisztika

- A körülmények kellő figyelembevételével. Közvéleménykutatási, egészségügyi, vásárlással kapcsolatos események valószínűsége.
- Előzetes becslés összevetése a számításokkal.
- Modellalkotásra nevelés.
- A számítógép alkalmazása statisztikai adatok, illetve véletlen jelenségek vizsgálatára.
- A mindennapi problémák értelmezése, a statisztikai zsebkönyvek, a napi sajtó adatainak elemzése.

Témakörök

Gondolkodási módszerek 10 óra

Számтан, algebra 31 óra

Függvények, sorozatok 14 óra

Geometria, mérés 38 óra

Tartalmak

Binomiális együtthatók.
Vegyes kombinatorikai feladatok.
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk.
Feladatok megoldása gráfokkal.

Másodfokúra visszavezethető egyenletek.
A hatványozás kiterjesztése pozitív alap esetén racionális kitevőkre.
A hatványozás azonosságai és alkalmazásuk.
A logaritmus értelmezése.
A logaritmus azonosságai.
A definíciókon és megismert azonosságokon alapuló exponenciális logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.

A 2^x , a 10^x függvény, az exponenciális függvény vizsgálata, exponenciális folyamatok a természetben.
A logaritmus függvény, mint az exponenciális függvény inverze.
A tanult függvények tulajdonságai (értelmezési-tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás).
A szögfüggvények transzformációi: $f(x) + c$; $f(x + c)$; $c f(x)$; $f(c x)$.

A vektorokról tanultak áttekintése.
A vektorműveletek tulajdonságai.
Két vektor skaláris szorzata.
A skaláris szorzat tulajdonságainak felsorolása.
Szinusztétel, koszinusztétel. Az alkalmazásukhoz szükséges egyszerű trigonometrikus egyenletek.
Távolság, szög, terület meghatározása gyakorlati feladatokban (fizikában).
Számítások terep-mérési adatokkal, úthálózatokkal.
Helyvektor.
Műveletek koordinátákkal adott vektorokkal.
Szakasz felezőpontja, harmadolópontja. A háromszög súlypontja.
Két pont távolsága, szakasz hossza.
A kör egyenletei.
Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, ezek kapcsolata. Az egyenes egyik egyenlete.
Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele, két egyenes metszéspontja.
Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör adott pontjához tartozó érintője.

Valószínűség, statisztika 12 óra

Egyszerű valószínűség-számítási problémák.
A binomiális eloszlás (visszatevése mintavétel).
Eseményekkel végzett műveletek egyszerű, konkrét feladatokban.
Relatív gyakoriság.
A valószínűség klasszikus modellje.
Statisztikai mintavétel a gyakorlati életben.

Év végi ismétlés, rendszerző összefoglalás 6 óra

A továbbhaladás feltételei

Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása.

A gráf szemléletes fogalma, egyszerű alkalmazásai.

A hatványozás definíciója, műveletek, azonosságok ismerete egész kitevő esetén.

A logaritmus fogalmának ismerete, azonosságainak alkalmazása egyszerűbb esetekben.

Exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenlet egyszerű konkrét feladatokban.

Az alapfüggvények ábrái és legfontosabb tulajdonságainak vizsgálata (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték).

Vektorműveletek és tulajdonságaik (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).

Vektorok alkalmazásai.

A szinusztétel és a koszinusztétel alkalmazása alapfeladatok megoldásában (a háromszög hiányzó adatainak meghatározása).

Vektorok koordinátáinak biztos használata.

Szakasz felezőpontja koordinátáinak kiszámítása.

A kör középponti egyenletének ismerete.

Az egyenes egy szabadon választott egyenletének tudása.

Két egyenes metszéspontjának meghatározása.

Kör és egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálata.

A relatív gyakoriság és a valószínűség közötti szemléletes kapcsolat ismerete, egyszerű valószínűségi feladatok megoldása.

12. évfolyam

Évi óraszám: 128

Belépő tevékenységformák

Gondolkodási módszerek

Az ismeretek rendszerezése:

A matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása. A döntési képesség fejlesztése, állítások igazságértékének megállapítása.

A deduktív gondolkodás fejlesztése.

Számтан, algebra

Matematikatörténeti ismeretek (könyvtár- és internet-használat).

Szám- és műveletfogalom biztos alkalmazása.

Tervszerű, pontos és fegyelmezett munkára nevelés.

Az önellenőrzés fontossága.

A problémamegoldó gondolkodás, a szövegértés, a szövegelemzés fejlesztése.

Függvények, sorozatok

A matematika alkalmazása a gyakorlati életben.

Matematikatörténeti feladatok.

Egyszerű gazdaságossági problémák áttekintése.

Az absztrakciós készség fejlesztése.

A függvényszemlélet fejlesztése.

A függvények alkalmazása a gyakorlatban és a természettudományokban.

Geometria, mérés

A térszemlélet fejlesztése.

Az esztétikai érzék fejlesztése.

A matematika gyakorlati alkalmazásai a térgeometriában.

Sík- és térgeometriai ismeretek összekapcsolása, analógiák felismerése.

A függvényszemlélet fejlesztése.

A deduktív gondolkodás fejlesztése.

A matematika különböző területei közötti összefüggések felhasználása.

Valószínűség, statisztika

A leíró statisztika és a valószínűség számítás gyakorlati szerepe, alkalmazása.

A számítógép felhasználása statisztikai adatok kezelésére, véletlen jelenségek vizsgálatára.

Témakörök

Gondolkodási módszerek 13 óra

Tartalmak

Ekvivalencia, implikáció.

A halmazelméleti és logikai ismeretek kapcsolata, rendszerezése.

A megismert bizonyítási módszerek összefoglalása.

A kombinatorikai és gráfokkal kapcsolatos ismeretek áttekintése.

Számтан, algebra 25 óra

Rendszerező összefoglalás

Számhalmazok

Számelméleti összefoglalás.

A valós számok és részhalmazai.

A műveletek értelmezése, műveleti tulajdonságok.

Közelítő értékek.

Egyenletek

Nevezetes másod- és harmadfokú algebrai azonosságok.

Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség.

Négyzetgyökös kifejezések és egyenletek.

Egyszerű exponenciális, logaritmikus, trigonometrikus egyenletek és azonosságok.

Az egyenletmegoldás módszerei.

Az alaphalmaz szerepe.

Egyszerű kétismeretlenes elsőfokú és másodfokú egyenletrendszer.

Szöveges feladatok.

Függvények, sorozatok 26 óra

A sorozat fogalma.

Számтani és mértani sorozat, az n . tag, az első n elem összege.

Kamatokamat-számítás.

Rendszerező összefoglalás

A függvényekről tanultak áttekintése, rendszerezése.

Az alapfüggvények ábrázolása.

Függvénytranszformációk.

Függvényvizsgálat függvényábrák segítségével.

Geometria, mérés 44 óra

Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.

A terület- és kerületszámítással kapcsolatos ismeretek összefoglalása.

A tanult poliéderek felszíne, térfogata.

A forgáshenger és a forgáskúp felszíne és térfogata.

A csonkagúla, a csonkakúp, a gömb felszíne, térfogata.

Rendszerező összefoglalás

Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.

Egybevágósági és hasonlósági transzformációk áttekintése.

Háromszögekre, négyszögekre és a körre vonatkozó tanult tételek és alkalmazásaik.

Vektorok, vektorok koordinátái.

Vektorműveletek, műveleti tulajdonságok, alkalmazások.

Derékszögű koordináta-rendszer.

Egyenes és kör egyenlete.

Trigonometrikus összefüggések és alkalmazásaik.

Valószínűség, statisztika 10 óra

Adatkezelésnél osztálybásorolás.

Terjedelem.

Összefoglalás:

Adathalmazok jellemzői: számтani közép, mértani közép-súlyozott közép, medián, módusz, szórás.

Gyakoriság, relatív gyakoriság.
A klasszikus valószínűségi modell.

Felkészülés az érettségire 10 óra

A továbbhaladás feltételei

Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek.

Számtani és mértani sorozat esetén az n -dik tag, és az első n elem összegének kiszámítása feladatokban.

Kamatok kamat-számítás alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban.

Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételeken kívül: térelemek kölcsönös helyzetének, távolságuk, hajlásszögük definíciójának ismerete.

A megismert felszín- és térfogat számítási képletek alkalmazása egyszerű feladatokban.

Egyszerű klasszikus valószínűség-számítási feladatok megoldása.

MATEMATIKA

Specializáció, fakultáció

11–12. évfolyam

Célok és feladatok

A matematikatanítás célja, feladata a tanulók önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. Mindezt az a folyamat biztosítja, amelynek során fokozatosan kiépítjük a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása), és a tanultakat változatos területeken alkalmazzuk. A problémák felvetése tegye indokolttá a tanulók számára a pontos fogalomalkotást. Ezek a folyamatok váljanak a tanulók belső, felfedező tanulási tevékenységének részévé.

Mindez fejleszti a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. A célszerű, új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, a problémahelyzetek önálló, megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását.

A matematikai nevelés sokoldalú eszközökkel fejleszti a tanulók matematizáló, modellalkotó tevékenységét, kialakítja a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét, megmutatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, szakközépiskolákban a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez, gazdasági, pénzügyi kérdések áttekintéséhez, helyes döntések meghozatalához. A lehetőségekhez igazodva támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor, Internet stb.) célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia kifejlődéséhez.

Fontos, hogy a tanulók képessé váljanak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. Ebben a törekvésben fontos terület a matematika alkalmazásának, eszköz jellegének sokoldalú bemutatása, és a tanításban való érvényesítése. A tananyag egyes részleteinek csoport-munkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei.

Az általános iskolai tanításhoz képest egyre inkább hangsúlyt kap a tárgy deduktív jellege, de továbbra sem nélkülözhető a szemléletre és tevékenységre épülő feldolgozás sem.

A tanulók váljanak képessé az emelt szintű érettségi vizsga sikeres letételére. A matematika tanulás járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához.

A matematika kerettantervének új vonásai:

- a) a modellalkotás, matematizálás jelentőségének növekedése;
- b) a matematika alkalmazási terének növekedése;

- c) egyensúly a matematika belső struktúrájának kiépítése és a tanultaknak a mindennapi életben, más tárgyakban való felhasználása, eszközként való alkalmazása között;
- d) a modern oktatási, tanulási technológiák beépítése a mindennapi iskolai oktatási, nevelési tevékenységbe.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét.

A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget.

Fejlesztési követelmények

A matematikai kompetencia kialakítása

Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása

A matematikai szemlélet fejlesztése

A középiskolai tanulmányok során a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmak megerősítésére, bizonyos fogalmak definiálására, általánosítására kerül sor. A különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejleszti a tanulók matematizáló tevékenységét.

Az időszak végére szükség van a valós számkör biztos ismeretére, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása. Műveleteket az algebrai kifejezések és a vektorok körében is értelmezünk és használunk.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

A geometriai ismeretek bővülése, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása fejleszti a dinamikus geometriai szemléletet. A trigonometriai számítások a gyakorlat szempontjából fontosak (távolságok, szögek meghatározása számítás útján). A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg. A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...” az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat. Aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban.

A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítésének, a komplex problémakezelésnek a képességét is fejleszti.

Hasznos az élet és a különböző tudományok megértéséhez (a társadalomtudományokéhoz is) a gyakorlatban fontos témák megismerése, pl. a geometriai számítások, a leíró statisztika és valószínűség-számítás elemeinek alkalmazása. Ez megmutatja a tanulók számára a matematika használhatóságát. El kell érniük, hogy az érettségi előtt állók e területeken bizonyos gyakorlottságra tegyenek szert.

Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása

A 9–12. évfolyam matematikatanításában az induktív módszer mellett nagyobb szerepet kapnak a deduktív következtetések is. A tanítandó anyagban sejtéseket fogalmazunk (fogalmaztatunk) meg, melyek néhány lépésben bizonyíthatók vagy megcáfolhatók. Tanításunkban fontos a bizonyítás iránti igény felkeltése. Sor kerül néhány egyszerű tétel bizonyítására, bizonyítási módszerek megismerésére, valamint a fogalmak, szabályok pontos megfogalmazására. A matematikatanításban alapvetően fontos az absztrakciós képesség fejlesztése.

Az érettségi előtti rendszerező összefoglaláskor a matematika komplexitását mutatja meg az elemi halmazelméleti és logikai ismeretek alkalmazása különböző témakörökben, valamint egyszerű modellek (pl. gráfok) szerepeltetése.

A logikai gondolkodás a problémamegoldásban, az algoritmikus eljárások során és az alkalmazásokban egyaránt lényeges. A matematika különböző területein néhány lépéses algoritmus készítése az informatika tanulmányozásához is fontos.

Természetesen ezen időszakban is elengedhetetlen a szemléltető ábrák és egyéb eszközök alkalmazása nemcsak a geometriában (trigonometriában), hanem a kombinatorikában és a statisztikában is. Az adatsokaságok különböző jellemzési lehetőségeinek megismertetésével ezen a téren is fejlesztjük az alkalmazásképes tudást. Ezek az eljárások biztosítják sokoldalú kommunikációs formák közül a megfelelő kiválasztásának és alkalmazásának képességét.

Helyes tanulási szokások fejlesztése

A gyakorlati számítások során alkalmazott újabb ismeretek egyre fontosabbá teszik az elektronikus eszközök célszerű használatát.

A közelítő értékekkel való számoláshoz különösen elengedhetetlen a becslés, a kerekítés, az ellenőrzés különböző módjainak alkalmazása, az eredmény realitásának eldöntése.

A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A helyes érvelésre szoktatással sokat tehet (és tesz is) a matematikatanítás a kommunikációs készség fejlesztéséért.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Fontos elérnünk, hogy a tanulók meg tudják különböztetni a definíciót, a sejtést és a tételt. Matematikatudásról akkor beszélhetünk, ha a definíciókat, tételeket alkalmazni is tudja a tanuló.

Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a matematika a kultúrtörténet része. Komoly motiváció lehet tanításunkban a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok élete, munkássága. Ehhez segítséget ad a könyvtár és az internet használata is.

11. évfolyam

Évi óraszám: 185

Belépő tevékenységformák

Gondolkodási módszerek

- A kombinatív készség fejlesztése.
- A többféle megoldási mód lehetőségének keresése.
- Becslés, a becslés összevetése a számításokkal.
- A gráf modellként való felhasználása.

Számтан, algebra

- Modell megtalálása a matematikán belüli problémánál.
- A matematikai fogalom célszerű kiterjesztése, a fogalmak általánosításánál a permanencia elv felhasználása.
- Bizonyítás iránti igény mélyítése.
- Matematikatörténeti vonatkozások megismerése (könyvtár- és internethasználat).
- Az absztrakciós és szintetizáló képesség fejlesztése.
- Az önellenőrzés igényének fejlesztése.

Függvények, sorozatok

- A függvényfogalom fejlesztése.
- Összefüggések felismerése a matematika különböző területei között.
- A bizonyításra való törekvés fejlesztése.
- Számítógép használata a függvényvizsgálatokban és a transzformációkban.

Geometria, mérés

- A térszemlélet fejlesztése.
- Pontos fogalomalkotásra törekvés.
- Bizonyítás iránti igény továbbfejlesztése.
- A fizika és a matematika termékeny kapcsolatának megmutatása.
- Tervszerű munkára nevelés.
- Az esztétikai érzék fejlesztése.
- A matematika gyakorlati felhasználása.
- A zsebszámológép és a számítógép alkalmazása. Az eredmények realitásának és pontosságának eldöntése.
- Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.
- A bizonyítási készség fejlesztése.
- Adott probléma többféle megközelítése.

Valószínűség, statisztika

- A körülmények kellő figyelembevételével. Közvéleménykutatási, egészségügyi, vásárlással kapcsolatos események valószínűsége.
- Előzetes becslés összevetése a számításokkal.
- Modellalkotásra nevelés.
- A számítógép alkalmazása statisztikai adatok, illetve véletlen jelenségek vizsgálatára.
- A mindennapi problémák értelmezése, a statisztikai zsebkönyvek, a napi sajtó adatainak elemzése.

Témakörök

Gondolkodási módszerek 15 óra

Számтан, algebra 40 óra

Függvények, sorozatok 62 óra

Tartalmak

Permutációk, variációk, kombinációk (ism. nélkül)
Binomiális együtthatók.
Vegyes kombinatorikai feladatok.
Binomiális tétel és alkalmazása.
A megismert bizonyítási módszerek összefoglalása.
Néhány példa a teljes indukció megismertetésére.
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk.
Feladatok megoldása gráfokkal.

Másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenletrendszerek.
Algebrai törtes, abszolútértékes, gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek.
A hatványozás kiterjesztése pozitív alap esetén racionális, irracionális kitevőkre.
A hatványozási azonosságok.
A logaritmus értelmezése.
A logaritmus, mint a hatványozás inverz művelete.
A logaritmus azonosságai és bizonyításuk.
Különböző alapú logaritmusok.
Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.

A 2^x , a 10^x függvény, az exponenciális függvény vizsgálata, exponenciális folyamatok a természetben.
A logaritmus függvény, mint az exponenciális függvény inverze.
A szögfüggvényekről tanultak áttekintése.
A függvény. leszűkítésének és kiterjesztésének fogalma.
Összetett függvény. fogalma.
A tanult függvények tulajdonságai (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás).
A szögfüggvények transzformációi: $f(x) + c$; $f(x + c)$; $c f(x)$; $f(c x)$.
A sorozat fogalma.
Számítási és mértani sorozat, n. tag, az első n elem összege.
Kamatos kamat számítás.
Példák egyéb sorozatokra. (rekurzió)
Járadékszámítás, törlesztőrészlet számítás.
Sorozatok korlátossága, monotonitása, konvergenciája.
Végtelen mértani sor fogalma, összege.
Függvény pontbeli folytonossága, pontbeli határérték szemléletes fogalma. Tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalma.
Differencia,- és differenciálhányados fogalma, deriválási szabályok. Az x^n deriváltjának bizonyítása.
Korlátosság, monotonitás, konvexitás.

A derivált függvény alkalmazása (érintő egyenletének felírása, szélsőérték-feladatok, harmadfokú polinom függvények vizsgálata).

Geometria, mérés 45 óra

A vektorokról tanultak áttekintése.
A vektorműveletek tulajdonságai.
Két vektor skaláris szorzata.
A skaláris szorzat tulajdonságainak felsorolása.
Szinusztétel, koszinusztétel. Az alkalmazásukhoz szükséges egyszerű trigonometrikus egyenletek.
Távolság, magasság és szög meghatározása gyakorlati feladatokban és a fizikában.
Helyvektor.
Műveletek koordinátákkal adott vektorokkal.
Szakasz osztópontja. A háromszög súlypontja.
Két pont távolsága, szakasz hossza.
A kör egyenletei.
Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma.
Az egyenes egyenlete.
Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele, két egyenes metszéspontja.
Kör és egyenes kölcsönös helyzete. Két kör kölcsönös helyzete. A kör érintője.
A parabola.
A parabola egyenlete.

Valószínűség, statisztika 13 óra

Egyszerű valószínűség-számítási problémák.
Binomális eloszlás (visszatérítéses mintavétel) .
Műveletek eseményekkel konkrét valószínűség-számítási példák esetén („és”, „vagy”, „nem”).
Relatív gyakoriság.
A valószínűség klasszikus modellje.
Statisztikai mintavétel.

Év végi ismétlés, rendszerző összefoglalás 10 óra

A továbbhaladás feltételei

Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása.
A gráf szemléletes fogalma, egyszerű alkalmazásai.
A hatványozás definíciója, műveletek, azonosságok ismerete egész kitevő esetén.
A logaritmus fogalmának ismerete, azonosságainak alkalmazása egyszerűbb esetekben.
A definíció és az azonosságok egyszerű alkalmazása exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenlet esetén.
Az alapfüggvények ábrái és legfontosabb tulajdonságainak vizsgálata (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték).
Számítási és mértani sorozat esetén az n . tag és az első n elem kiszámítása feladatokban.
Korlátosság, monotonitás, konvergencia fogalma.
Függvénytulajdonságok ismerete és alkalmazása feladatokban.
Vektorműveletek és tulajdonságaik (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
Vektorok alkalmazásai.

A szinusztétel és a koszinusztétel alkalmazása alapfeladatok megoldásában (a háromszög hiányzó adatainak meghatározása).

Vektorok koordinátáinak biztos használata.

Szakasz felezőpontja koordinátáinak kiszámítása.

A kör középponti egyenletének ismerete.

Az egyenes egy szabadon választott egyenletének tudása.

Két egyenes metszéspontjának meghatározása.

Kör és egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálata.

Parabola egyenlete.

A relatív gyakoriság és a valószínűség közötti szemléletes kapcsolat ismerete, egyszerű valószínűségi feladatok megoldása.

12. évfolyam

Évi óraszám: 192

Belépő tevékenységformák

Gondolkodási módszerek

Az ismeretek rendszerezése:

A matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása. A döntési képesség fejlesztése, állítások igazságértékének megállapítása.

A deduktív gondolkodás fejlesztése.

Számтан, algebra

Matematikatörténeti ismeretek (könyvtár- és internet-használat).

Szám- és műveletfogalom biztos alkalmazása.

Tervszerű, pontos és fegyelmezett munkára nevelés.

Az önellenőrzés fontossága.

A problémamegoldó gondolkodás, a szövegértés, a szövegelemzés fejlesztése.

Függvények, sorozatok

A matematika alkalmazása a gyakorlati életben.

Matematikatörténeti feladatok.

Egyszerű gazdaságossági problémák áttekintése.

Az absztrakciós készség fejlesztése.

A függvényszemlélet fejlesztése.

A függvények alkalmazása a gyakorlatban és a természettudományokban.

Geometria, mérés

A térszemlélet fejlesztése.

Az esztétikai érzék fejlesztése.

A matematika gyakorlati alkalmazásai a térgeometriában.

Sík- és térgeometriai ismeretek összekapcsolása, analógiák felismerése.

A függvényszemlélet fejlesztése.

A deduktív gondolkodás fejlesztése.

A matematika különböző területei közötti összefüggések felhasználása.

Valószínűség, statisztika

A leíró statisztika és a valószínűség számítás gyakorlati szerepe, alkalmazása.

A számítógép felhasználása statisztikai adatok kezelésére, véletlen jelenségek vizsgálatára.

Témakörök

Tartalmak

Gondolkodási módszerek 11 óra

Ekvivalencia, implikáció.

A halmazelméleti és logikai ismeretek kapcsolata, rendszerezése.

A megismert bizonyítási módszerek összefoglalása.

Néhány példa a teljes indukció megismertetésére.

A kombinatorikai és gráfokkal kapcsolatos ismeretek áttekintése.

Rendszerező összefoglalás: halmazműveletek alkalmazása feladatokban. Véges és megszámlálhatóan végtelen halmazok számossága.

Számтан, algebra 43 óra

Rendszerező összefoglalás

Számhalmazok

Számelméleti összefoglalás.

A valós számok és részhalmazai.

A műveletek értelmezése, műveleti tulajdonságok.

Közelítő értékek.

Egyenletek

Nevezetes másod- és harmadfokú algebrai azonosságok.

Az egyenletmegoldás módszerei.

Az alaphalmaz szerepe.

Egyenlőtlenségek.

Algebrai törtes, abszolútértékes egyenletek.

Egyenlet-, illetve egyenlőtlenségrendszerek.

Egyszerű kétismeretlenes lineáris paramétere egyenletrendszer.

Másodfokú kifejezések.

Másodfokú egyenletek, első és másodfokú paraméteres egyenletek, egyenletrendszerek.

Viete formulák.

Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek, egyenletrendszerek.

Négyzetgyökös kifejezések és egyenletek.

Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus kifejezések, egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek.

Közéértékek, nevezetes egyenlőtlenségek alkalmazása.

Többismeretlenes egyenletrendszerek.

Kétismeretlenes egyenlőtlenségrendszerek.

Szöveges feladatok.

Függvények, sorozatok 40 óra

Rendszerező összefoglalás.

A függvényekről tanultak áttekintése, rendszerezése.

Az alapfüggvények ábrázolása.

Függvénytranszformációk.

$f(x) + c$; $f(x + c)$; $c f(x)$; $f(c x)$, $c[f(ax+b)+d]$.

Függvényvizsgálat függvényábrák segítségével.

Függvényvizsgálat a derivált függvény felhasználásával.

A kétoldali közelítés módszere, a határozott integrál szemléletes fogalma.

A primitív függvény fogalma.

Newton-Leibniz – tétel

Határozott integrál alkalmazása grafikon alatti terület számítására.

Geometria, mérés 65 óra

Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.

A síkra merőleges egyenes tételének ismerete.

Egyszerű poliéderek.

A terület- és kerületszámítással kapcsolatos ismeretek összefoglalása.

A poliéderek felszíne, térfogata.

A hengerszerű testek, a henger felszíne és térfogata.

Kúpszerű testek.

A kúpszerű testek felszíne és térfogata.
 A csonkagúla, csonkakúp térfogata, felszíne.
 A gömb felszíne, térfogata.
Rendszerező összefoglalás
 Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.
 A geometriai transzformációk áttekintése.
 Háromszögekre vonatkozó tételek bizonyítása és alkalmazásai.
 A háromszög területének különböző kiszámítási módjai és bizonyításuk.
 Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásai; területszámítás.
 Konvex sokszögekre vonatkozó tételek és bizonyításuk.
 Körre vonatkozó tételek és alkalmazásai.
 A kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint a külső pontból a körhöz húzott érintőszakaszok egyenlők – bizonyítással.
 Kör részeinek kerülete, területe és bizonyítása.
 Vektorok, vektorok koordinátái.
 Vektorműveletek, műveleti tulajdonságok, alkalmazások.
 Derékszögű koordináta-rendszer.
 Alakzatok egyenlete.
 Trigonometrikus összefüggések és alkalmazásai.

Valószínűség, statisztika 16 óra

Statisztikai és mintavételi adatok vizsgálata (közvélemény-kutatás, minőség ellenőrzés).
 A binomiális eloszlás várható értéke, szórása.
 Visszatevés nélküli modell.
 A nagy számok törvényének szemléletes tartalma.
 Eseményalgebra.
 Események függetlensége.
 A valószínűség meghatározása geometriai mérték segítségével.
Összefoglalás:
 Adathalmazok jellemzői: számtani közép, mértani közép-súlyozott közép, medián, módusz, szórás.
 Gyakoriság, relatív gyakoriság.
 A klasszikus valószínűségi modell.

Felkészülés az érettségire: 17 óra

A továbbhaladás feltételei

Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek.

Számtani és mértani sorozat esetén az n -dik tag, és az első n elem összegének kiszámítása feladatokban.

Kamatoskamat-számítás alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban.

Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételeken kívül: térelemek kölcsönös helyzetének, távolságuk, hajlásszögük definíciójának ismerete.

A megismert felszín- és térfogat számítási képletek alkalmazása egyszerű feladatokban.

Egyszerű klasszikus valószínűség-számítási feladatok megoldása.

MATEMATIKA

Emelt szintű

9–12. évfolyam

Célok és feladatok

A matematikatanítás célja, feladata a tanulók önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. Mindezt az a folyamat biztosítja, amelynek során fokozatosan kiépítjük a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása), és a tanultakat változatos területeken alkalmazzuk. A problémák felvetése tegye indokolttá a tanulók számára a pontos fogalomalkotást. Ezek a folyamatok váljanak a tanulók belső, felfedező tanulási tevékenységének részévé.

Mindez fejleszti a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. A célszerű, új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, a problémahelyzetek önálló, megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását.

A matematikai nevelés sokoldalú eszközökkel fejleszti a tanulók matematizáló, modellalkotó tevékenységét, kialakítja a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét, megmutatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, szakközépiskolákban a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez, gazdasági, pénzügyi kérdések áttekintéséhez, helyes döntések meghozatalához. A lehetőségekhez igazodva támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor, Internet stb.) célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia kifejlődéséhez.

Fontos, hogy a tanulók képessé váljanak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. Ebben a törekvésben fontos terület a matematika alkalmazásának, eszköz jellegének sokoldalú bemutatása, és a tanításban való érvényesítése. A tananyag egyes részleteinek csoport-munkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei.

Az általános iskolai tanításhoz képest egyre inkább hangsúlyt kap a tárgy deduktív jellege, de továbbra sem nélkülözhető a szemléletre és tevékenységre épülő feldolgozás sem.

A tanulók váljanak képessé a középszintű vagy emelt szintű érettségi vizsga sikeres letételére. A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához.

A matematika kerettantervének új vonásai:

- a) a modellalkotás , matematizálás jelentőségének növekedése;
- b) a matematika alkalmazási terének növekedése;

- c) egyensúly a matematika belső struktúrájának kiépítése és a tanultaknak a mindennapi életben, más tárgyakban való felhasználása, eszközként való alkalmazása között;
- d) a modern oktatási, tanulási technológiák beépítése a mindennapi iskolai oktatási, nevelési tevékenységbe.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét.

A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget.

Fejlesztési követelmények

A matematikai kompetencia kialakítása

Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása

A matematikai szemlélet fejlesztése

A középiskolai tanulmányok során a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmak megerősítésére, bizonyos fogalmak definiálására, általánosítására kerül sor. A különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejleszti a tanulók matematizáló tevékenységét.

Az időszak végére szükség van a valós számkör biztos ismeretére, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása. Műveleteket az algebrai kifejezések és a vektorok körében is értelmezünk és használunk.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

A geometriai ismeretek bővülése, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása fejleszti a dinamikus geometriai szemléletet. A trigonometriai számítások a gyakorlat szempontjából fontosak (távolságok, szögek meghatározása számítás útján). A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg. A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...” az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat. Aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban.

A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítésének, a komplex problémakezelésnek a képességét is fejleszti.

Hasznos az élet és a különböző tudományok megértéséhez (a társadalomtudományokéhoz is) a gyakorlatban fontos témák megismerése, pl. a geometriai számítások, a leíró statisztika és valószínűség-számítás elemeinek alkalmazása. Ez megmutatja a tanulók számára a matematika használhatóságát. El kell érniük, hogy az érettségi előtt állók e területeken bizonyos gyakorlottságra tegyenek szert.

Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása

A 9–12. évfolyam matematikatanításában az induktív módszer mellett nagyobb szerepet kapnak a deduktív következtetések is. A tanítandó anyagban sejtéseket fogalmazunk (fogalmaztatunk) meg, melyek néhány lépésben bizonyíthatók vagy megcáfolhatók. Tanításunkban fontos a bizonyítás iránti igény felkeltése. Sor kerül néhány egyszerű tétel bizonyítására, bizonyítási módszerek megismerésére, valamint a fogalmak, szabályok pontos megfogalmazására. A matematikatanításban alapvetően fontos az absztrakciós képesség fejlesztése.

Az érettségi előtti rendszerező összefoglaláskor a matematika komplexitását mutatja meg az elemi halmazelméleti és logikai ismeretek alkalmazása különböző témakörökben, valamint egyszerű modellek (pl. gráfok) szerepeltetése.

A logikus gondolkodás a problémamegoldásban, az algoritmikus eljárások során és az alkalmazásokban egyaránt lényeges. A matematika különböző területein néhány lépéses algoritmus készítése az informatika tanulmányozásához is fontos.

Természetesen ezen időszakban is elengedhetetlen a szemléltető ábrák és egyéb eszközök alkalmazása nemcsak a geometriában (trigonometriában), hanem a kombinatorikában és a statisztikában is. Az adatsokaságok különböző jellemzési lehetőségeinek megismertetésével ezen a téren is fejlesztjük az alkalmazásképes tudást. Ezek az eljárások biztosítják sokoldalú kommunikációs formák közül a megfelelő kiválasztásának és alkalmazásának képességét.

Helyes tanulási szokások fejlesztése

A gyakorlati számítások során alkalmazott újabb ismeretek egyre fontosabbá teszik az elektronikus eszközök célszerű használatát.

A közelítő értékekkel való számoláshoz különösen elengedhetetlen a becslés, a kerekítés, az ellenőrzés különböző módjainak alkalmazása, az eredmény realitásának eldöntése.

A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A helyes érvelésre szoktatással sokat tehet (és tesz is) a matematikatanítás a kommunikációs készség fejlesztéséért.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Fontos elérnünk, hogy a tanulók meg tudják különböztetni a definíciót, a sejtést és a tételt. Matematikatudásról akkor beszélhetünk, ha a definíciókat, tételeket alkalmazni is tudja a tanuló.

Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a matematika a kultúrtörténet része. Komoly motiváció lehet tanításunkban a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok élete, munkássága. Ehhez segítséget ad a könyvtár és az internet használata is.

9. évfolyam

Évi óraszám: 185

Belépő tevékenységformák

Gondolkodási módszerek

A szemléletes fogalmak definiálása, tudatosítása.

Módszer keresése az összes eset áttekintéséhez.

A szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése.

Számтан, algebra

A hatvány fogalmának célszerű kiterjesztése, a számok nagyságrendjének tudása.
Műveletek végzése számokkal és algebrai kifejezésekkel, a szaknyelv használata.
Algoritmikus gondolkodás és a gyakorlati problémák modellezése, értő szövegolvasás.
A rendszerező-képesség fejlesztése.
A matematika iránti érdeklődés erősítése az elemi számelmélet alapvető problémáival és matematikatörténeti vonatkozásaival.

Függvények, sorozatok

A függvényszemlélet fejlesztése: a hozzárendelések szabályként való értelmezése.
A távolság és az abszolútérték kapcsolata
A megfelelő modell megkeresése.

Geometria

Tájékozottság a megismert síkidomok tulajdonságaiban.
Sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, bizonyítási igény kialakítása.
A transzformációk, mint függvények értelmezése, megmaradó és változó tulajdonságok a transzformációkban.
Síkbeli tájékozódás, tervezés, a konstrukciós, analízáló képesség és a diskusziós igény kialakítása, sokoldalú szemléltetés, szerkesztőprogramok megismerése.

Valószínűség, statisztika

A statisztikai adatok helyes értelmezése. Képi információ és a matematikai tartalom kapcsolata.

Témakörök

Tartalmak

Gondolkodási módszerek 8 óra

A megismert számhalmazok, ponthalmazok áttekintése, véges és végtelen halmazok, véges halmazok elemeinek a száma, az intervallum fogalma.
Halmazműveletek: unió, metszet, részhalmaz képzés, két halmaz különbsége.
Kombinatorikai feladatok, az összes eset áttekintése.
Az „akkor és csak akkor” használata – (folyamatos)
Tétel és megfordítása (folyamatos).

Számтан, algebra 66 óra

A hatványozás értelmezése 0 és negatív egész kitevőre, a hatványozás azonosságai és bizonyítás.; számok abszolút értéke, normál alakja.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás; $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$ szorzat alakja, $(a \pm b)^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$, $a^{2m+1} + b^{2m+1}$ szorzat alakja.
Ezen azonosságok alkalmazása egyszerű algebrai törtekkel végzett műveleteknél.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekben.
A lineáris egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásának áttekintése. Paraméteres egyenletek.
Elsőfokú két, háromismeretlenes egyenletrendszer megoldása.
Egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok, százalékszámítás, kamatszámítás, példák többismeretlenes egyen-

	<p>letrendszerre. Egyszerű kétismeretlenes lineáris paraméteres egyletrendszer megoldása</p> <p>Abszolútértékes egyenletek.</p> <p>Relatív prímek, oszthatósági feladatok, számelmélet alaptétele, példa számrendszerekre.</p> <p>Diophantoszi egyenletek fogalma, egyszerűbbek megoldása.</p>
Függvények, sorozatok 15 óra	<p>A függvény fogalma, elemi tulajdonságai; a lineáris függvény, abszolútérték függvény, másodfokú függvény, gyakorlati példák további függvényekre (egészrész-, tört-rész-, előjelfüggvény), a fordított arány, $x \mapsto \frac{a}{x}$.</p>
Geometria 70 óra	<p>Geometriai alapfogalmak, háromszögekkel, négyszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek kiegészítése, rendszerezése.</p> <p>A háromszög nevezetes vonalai, beírt köre, körülírt köre.</p> <p>Thalész tétele, a kör és érintői.</p> <p>A tengelyes és középpontos tükrözés, szimmetria, az eltolás áttekintése, rendszerezése, pont körüli elforgatás.</p> <p>A forgásszög fogalma, ívmérték, a kör középponti szöge, körív hossza, körcikk kerülete, területe.</p> <p>Egyszerű szerkesztési feladatok.</p>
Valószínűség, statisztika 10 óra	<p>Statisztikai adatok és ábrázolásuk (kördiagram, oszlopdiagram stb.), számtani közép, medián, módusz; szórás, közepék.</p>

Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás 16 óra.

A továbbhaladás feltételei

Tájékozottság a racionális számkörben.

Részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége.

Az azonosságok ismerete és alkalmazásuk.

Számok abszolútértéke, normál alakja.

A másodfokú azonosságok alkalmazása.

A négy alpművelet egyszerű algebrai törtekkel.

Egyszerű egyletrendszerek biztos megoldása.

A százalékszámítás alkalmazása a gyakorlatban.

3-mal, 9-cel való oszthatóság ismerete.

Számok prímtényezőkre való bontása.

2-es alapú számrendszerkapcsolata a 10-es alapú számrendszerrel.

Az alapfüggvények tulajdonságainak ismerete.

Képlettel megadott függvény ábrázolása értéktáblázat segítségével.

Speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságainak ismerete.

A nevezetes vonalak ismerete, a háromszög beírt és köréírt körének ismerete.

A körrel kapcsolatos fogalmak és az érintő tulajdonságának ismerete.
Az eltolás és tükrözések tulajdonságainak felhasználása egyszerű feladatokban.
Számsokaság számtani közepének kiszámítása, a középső érték (medián) és a leggyakoribb érték (módusz) ismerete.
Kördiagram, oszlopdiagram adatainak értelmezése.

10. évfolyam

Évi óraszám: 185

Belépő tevékenységek

Gondolkodási módszerek

A köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetése. A bizonyítási igény további fejlesztése. A követő képzelet fejlesztése a tanult bizonyítások felidézésével.

Számтан, algebra

A permanencia elve a számfogalom bővítésében.
A megoldás keresése többféle úton, tanulói felfedezések, önálló eljárások keresése.
Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.
A matematika eszközként való felhasználása gyakorlati és természettudományos problémák megoldásában. A szöveg felidézése, vázlat, rajz készítése a problémához. A megfelelő rögzítési mód megtalálása.
Diskussziós igény az algebrai feladatoknál.
Célszerű módszerek megválasztása: algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban.

Függvények, sorozatok

Új függvénytulajdonságok megismerése, a periodicitás mint időbeli és térbeli jelenség.
Függvénytranszformációk alkalmazása.
A négyjegyű függvénytáblázatok és matematikai összefüggések célszerű használata.

Geometria

A transzformációs szemlélet fejlesztése. Hasonlósági kapcsolatok keresése a mindennapi életben.
Kreatív problémamegoldás.
Geometriai ismeretek alkalmazása, biztos számolási készség, zsebszámológép célszerű használata.
A vektorok további alkalmazása.

Valószínűség, statisztika

A valós helyzetek értelmezése, megértése és értékelése. Kísérletek elvégzése és számítógépes modellezése.

Témakörök

Tartalmak

Gondolkodási módszerek 10 óra

Tétel és megfordítása. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv).
Változatos kombinatorikai feladatok.

Számтан, algebra 60 óra

A valós szám szemléletes fogalma, kapcsolata a számegyenessel, a valós számok tizedestört alakja, példák irracionális számokra.
A négyzetgyökvonás azonosságai, az n -edik gyök fogalma.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet, gyöktényező alak, gyökök és együtthatók összefüggése.

	<p>Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek megoldása.</p> <p>Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között.</p> <p>Másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatok.</p> <p>Ekvivalens és nem ekvivalens lépések egyenletek átalakításánál, egyszerű négyzetgyökös egyenletek.</p> <p>Másodfokú egyenlőtlenség megoldása.</p> <p>Paraméteres egyenletek, szélső érték feladat.</p>
Függvények, sorozatok 22 óra	<p>A négyzetgyök függvény, a tanult függvények transzformációi.</p> <p>A forgásszög szögfüggvényeinek értelmezése, összefüggés a szög szögfüggvényei között.</p> <p>A szögfüggvények tulajdonságai (értelmezési tartomány, monotonitás, zérushelyek, szélsőértékek, periodicitás, értékkészlet), a függvények ábrázolása.</p> <p>Egyszerűbb trigonometrikus egyenletek megoldása.</p>
Geometria 59 óra	<p>A hasonlósági transzformáció, síkidomok hasonlósága.</p> <p>A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p> <p>A hasonlóság alkalmazásai: háromszög súlyvonalai, súlypontja, arányossági tételek a derékszögű háromszögben.</p> <p>Hasonló síkidomok területének aránya, hasonló testek térfogatának aránya.</p> <p>Körrel kapcsolatos fogalmak áttekintése, kerületi szög, kerületi és középponti szögek tétele, látószögműködés ismerete és alkalmazása.</p> <p>Pitagorasz tételének alkalmazása, szögfüggvények alkalmazása derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására, gyakorlati feladatok.</p> <p>Síkbeli és térbeli számítások, nevezetes szögek szögfüggvény-értékeinek kiszámítása.</p> <p>Háromszögek területének különböző kiszámítási módjai, négyszögek, sokszögek területe.</p> <p>Vektorműveletek (összeadás, kivonás, számmal való szorzás), vektor felbontása síkban.</p> <p>Vektor koordinátái, műveletek koordinátákkal adott vektorokkal.</p>
Valószínűség, statisztika 18 óra	<p>További valószínűségi kísérletek, a valószínűség becslése, kiszámítása egyszerű esetekben.</p> <p>A valószínűség szemléletes fogalma, kiszámítása konkrét esetekben.</p>

Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás 16 óra

A továbbhaladás feltételei A továbbhaladás feltételei

A csak kimondott, illetve be is bizonyított összefüggések megkülönböztetése.
Egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatok konkrét elemszám esetén.

Tájékozottság a valós számok halmazán, a racionális és irracionális számok tizedes tört alakja, nevezetes irracionális számok ismerete.

A négyzetgyök azonosságainak alkalmazása egyszerű esetekben.

A megoldóképlet biztos ismerete és alkalmazása.

Két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalma.

Különböző típusú egyszerű szöveges feladatok megoldása.

Egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldása.

A megoldások ellenőrzése.

A szögfüggvények definíciójának ismerete, az $x \mapsto \sin x$ és $x \mapsto \cos x$ függvények ábrázolása és tulajdonságai.

A hasonlóság szemléletes tartalmának ismerete, a középpontos nagyítás és kicsinyítés alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban.

Az alapesetek ismerete.

A felsorolt tételek ismerete és alkalmazása egy vagy két lépéssel megoldható számítási feladatoknál.

Egyszerű problémák megoldása a klasszikus valószínűségi modell alapján.

11. évfolyam

Évi óraszám: 185

Belépő tevékenységformák

Gondolkodási módszerek

- A kombinatív készség fejlesztése.
- A többféle megoldási mód lehetőségének keresése.
- Becslés, a becslés összevetése a számításokkal.
- A gráf modellként való felhasználása.

Számтан, algebra

- Modell megtalálása a matematikán belüli problémánál.
- A matematikai fogalom célszerű kiterjesztése, a fogalmak általánosításánál a permanencia elv felhasználása.
- Bizonyítás iránti igény mélyítése.
- Matematikatörténeti vonatkozások megismerése (könyvtár- és internethasználat).
- Az absztrakciós és szintetizáló képesség fejlesztése.
- Az önellenőrzés igényének fejlesztése.

Függvények, sorozatok

- A függvényfogalom fejlesztése.
- Összefüggések felismerése a matematika különböző területei között.
- A bizonyításra való törekvés fejlesztése.
- Számítógép használata a függvényvizsgálatokban és a transzformációkban.

Geometria, mérés

- A térszemlélet fejlesztése.
- Pontos fogalomalkotásra törekvés.
- Bizonyítás iránti igény továbbfejlesztése.
- A fizika és a matematika termékeny kapcsolatának megmutatása.
- Tervszerű munkára nevelés.
- Az esztétikai érzék fejlesztése.
- A matematika gyakorlati felhasználása.
- A zsebszámológép és a számítógép alkalmazása. Az eredmények realitásának és pontosságának eldöntése.
- Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.
- A bizonyítási készség fejlesztése.
- Adott probléma többféle megközelítése.

Valószínűség, statisztika

- A körülmények kellő figyelembevétele. Közvéleménykutatási, egészségügyi, vásárlással kapcsolatos események valószínűsége.
- Előzetes becslés összevetése a számításokkal.
- Modellalkotásra nevelés.
- A számítógép alkalmazása statisztikai adatok, illetve véletlen jelenségek vizsgálatára.
- A mindennapi problémák értelmezése, a statisztikai zsebkönyvek, a napi sajtó adatainak elemzése.

Témakörök

Gondolkodási módszerek 15 óra

Számтан, algebra 40 óra

Függvények, sorozatok 62 óra

Tartalmak

Permutációk, variációk, kombinációk (ism. nélkül)
Binomiális együtthatók.
Vegyes kombinatorikai feladatok.
Binomiális tétel és alkalmazása.
A megismert bizonyítási módszerek összefoglalása.
Néhány példa a teljes indukció megismertetésére.
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk.
Feladatok megoldása gráfokkal.

Másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenletrendszerek.
Algebrai törtes, abszolútértékes, gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek.
A hatványozás kiterjesztése pozitív alap esetén racionális, irracionális kitevőkre.
A hatványozási azonosságok.
A logaritmus értelmezése.
A logaritmus, mint a hatványozás inverz művelete.
A logaritmus azonosságai és bizonyításuk.
Különböző alapú logaritmusok.
Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.

A 2^x , a 10^x függvény, az exponenciális függvény vizsgálata, exponenciális folyamatok a természetben.
A logaritmus függvény, mint az exponenciális függvény inverze.
A szögfüggvényekről tanultak áttekintése.
A függvény. leszűkítésének és kiterjesztésének fogalma.
Összetett függvény. fogalma.
A tanult függvények tulajdonságai (értelmezési-tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás).
A szögfüggvények transzformációi: $f(x) + c$; $f(x + c)$; $c f(x)$; $f(c x)$.
A sorozat fogalma.
Számítani és mértani sorozat, n. tag, az első n elem összege.
Kamatos kamat számítás.
Példák egyéb sorozatokra. (rekurzió)
Járadékszámítás, törlesztőrészlet számítás.
Sorozatok korlátossága, monotonitása, konvergenciája.
Végtelen mértani sor fogalma, összege.
Függvény pontbeli folytonossága, pontbeli határérték szemléletes fogalma. Tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalma.

Differencia,- és differenciálhányados fogalma, deriválási szabályok. Az x^n deriváltjának bizonyítása.
Korlátosság, monotonitás, konvexitás.
A derivált függvény alkalmazása (érintő egyenletének felírása, szélsőérték-feladatok, harmadfokú polinom függvények vizsgálata).

Geometria, mérés 45 óra

A vektorokról tanultak áttekintése.
A vektorműveletek tulajdonságai.
Két vektor skaláris szorzata.
A skaláris szorzat tulajdonságainak felsorolása.
Szinusztétel, koszinusztétel. Az alkalmazásukhoz szükséges egyszerű trigonometrikus egyenletek.
Távolság, magasság és szög meghatározása gyakorlati feladatokban és a fizikában.
Helyvektor.
Műveletek koordinátákkal adott vektorokkal.
Szakasz osztópontja. A háromszög súlypontja.
Két pont távolsága, szakasz hossza.
A kör egyenletei.
Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma.
Az egyenes egyenlete.
Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele, két egyenes metszéspontja.
Kör és egyenes kölcsönös helyzete. Két kör kölcsönös helyzete. A kör érintője.
A parabola.
A parabola egyenlete.

Valószínűség, statisztika 13 óra

Egyszerű valószínűség-számítási problémák.
Binomális eloszlás (visszatérítéses mintavétel) .
Műveletek eseményekkel konkrét valószínűség-számítási példák esetén („és”, „vagy”, „nem”).
Relatív gyakoriság.
A valószínűség klasszikus modellje.
Statisztikai mintavétel.

Év végi ismétlés, rendszerző összefoglalás 10 óra

A továbbhaladás feltételei

Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása.
A gráf szemléletes fogalma, egyszerű alkalmazásai.
A hatványozás definíciója, műveletek, azonosságok ismerete egész kitevő esetén.
A logaritmus fogalmának ismerete, azonosságainak alkalmazása egyszerűbb esetekben.
A definíció és az azonosságok egyszerű alkalmazása exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenlet esetén.
Az alapfüggvények ábrái és legfontosabb tulajdonságainak vizsgálata (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték).
Számítási és mértani sorozat esetén az n . tag és az első n elem kiszámítása feladatokban.
Korlátosság, monotonitás, konvergencia fogalma.
Függvénytulajdonságok ismerete és alkalmazása feladatokban.

Vektorműveletek és tulajdonságaik (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).

Vektorok alkalmazásai.

A szinusztétel és a koszinusztétel alkalmazása alapfeladatok megoldásában (a háromszög hiányzó adatainak meghatározása).

Vektorok koordinátáinak biztos használata.

Szakasz felezőpontja koordinátáinak kiszámítása.

A kör középponti egyenletének ismerete.

Az egyenes egy szabadon választott egyenletének tudása.

Két egyenes metszéspontjának meghatározása.

Kör és egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálata.

Parabola egyenlete.

A relatív gyakoriság és a valószínűség közötti szemléletes kapcsolat ismerete, egyszerű valószínűségi feladatok megoldása.

12. évfolyam

Évi óraszám: 192

Belépő tevékenységformák

Gondolkodási módszerek

Az ismeretek rendszerezése:

A matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása. A döntési képesség fejlesztése, állítások igazságértékének megállapítása.

A deduktív gondolkodás fejlesztése.

Számтан, algebra

Matematikatörténeti ismeretek (könyvtár- és internet-használat).

Szám- és műveletfogalom biztos alkalmazása.

Tervszerű, pontos és fegyelmezett munkára nevelés.

Az önellenőrzés fontossága.

A problémamegoldó gondolkodás, a szövegértés, a szövegelemzés fejlesztése.

Függvények, sorozatok

A matematika alkalmazása a gyakorlati életben.

Matematikatörténeti feladatok.

Egyszerű gazdaságossági problémák áttekintése.

Az absztrakciós készség fejlesztése.

A függvényszemlélet fejlesztése.

A függvények alkalmazása a gyakorlatban és a természettudományokban.

Geometria, mérés

A térszemlélet fejlesztése.

Az esztétikai érzék fejlesztése.

A matematika gyakorlati alkalmazásai a térgeometriában.

Sík- és térgeometriai ismeretek összekapcsolása, analógiák felismerése.

A függvényszemlélet fejlesztése.

A deduktív gondolkodás fejlesztése.

A matematika különböző területei közötti összefüggések felhasználása.

Valószínűség, statisztika

A leíró statisztika és a valószínűség számítás gyakorlati szerepe, alkalmazása.

A számítógép felhasználása statisztikai adatok kezelésére, véletlen jelenségek vizsgálatára.

Témakörök

Tartalmak

Gondolkodási módszerek 11 óra

Ekvivalencia, implikáció.

A halmazelméleti és logikai ismeretek kapcsolata, rendszerezése.

A megismert bizonyítási módszerek összefoglalása.

Néhány példa a teljes indukció megismertetésére.

A kombinatorikai és gráfokkal kapcsolatos ismeretek áttekintése.

Rendszerező összefoglalás: halmazműveletek alkalmazása feladatokban. Véges és megszámlálhatóan végtelen halmazok számossága.

Számтан, algebra 43 óra

Rendszerező összefoglalás

Számhalmazok

Számelméleti összefoglalás.

A valós számok és részhalmazai.

A műveletek értelmezése, műveleti tulajdonságok.

Közelítő értékek.

Egyenletek

Nevezetes másod- és harmadfokú algebrai azonosságok.

Az egyenletmegoldás módszerei.

Az alaphalmaz szerepe.

Egyenlőtlenségek.

Algebrai törtes, abszolútértékes egyenletek.

Egyenlet-, illetve egyenlőtlenségrendszerek.

Egyszerű kétismeretlenes lineáris paramétere egyenletrendszer.

Másodfokú kifejezések.

Másodfokú egyenletek, első és másodfokú paraméteres egyenletek, egyenletrendszerek.

Viete formulák.

Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek, egyenletrendszerek.

Négyzetgyökös kifejezések és egyenletek.

Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus kifejezések, egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek.

Közéértékek, nevezetes egyenlőtlenségek alkalmazása.

Többismeretlenes egyenletrendszerek.

Kétismeretlenes egyenlőtlenségrendszerek.

Szöveges feladatok.

Függvények, sorozatok 40 óra

Rendszerező összefoglalás.

A függvényekről tanultak áttekintése, rendszerezése.

Az alapfüggvények ábrázolása.

Függvénytranszformációk.

$f(x) + c$; $f(x + c)$; $c f(x)$; $f(c x)$, $c[f(ax+b)+d]$.

Függvényvizsgálat függvényábrák segítségével.

Függvényvizsgálat a derivált függvény felhasználásával.

A kétoldali közelítés módszere, a határozott integrál szemléletes fogalma.

A primitív függvény fogalma.

Newton-Leibniz – tétel

Határozott integrál alkalmazása grafikon alatti terület számítására.

Geometria, mérés 65 óra

Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.

A síkra merőleges egyenes tételének ismerete.

Egyszerű poliéderek.

A terület- és kerületszámítással kapcsolatos ismeretek összefoglalása.

A poliéderek felszíne, térfogata.

A hengerszerű testek, a henger felszíne és térfogata.

Kúpszerű testek.

A kúpszerű testek felszíne és térfogata.
 A csonkagúla, csonkakúp térfogata, felszíne.
 A gömb felszíne, térfogata.
Rendszerező összefoglalás
 Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.
 A geometriai transzformációk áttekintése.
 Háromszögekre vonatkozó tételek bizonyítása és alkalmazásai.
 A háromszög területének különböző kiszámítási módjai és bizonyításuk.
 Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásai; területszámítás.
 Konvex sokszögekre vonatkozó tételek és bizonyításuk.
 Körre vonatkozó tételek és alkalmazásai.
 A kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint a külső pontból a körhöz húzott érintőszakaszok egyenlők – bizonyítással.
 Kör részeinek kerülete, területe és bizonyítása.
 Vektorok, vektorok koordinátái.
 Vektorműveletek, műveleti tulajdonságok, alkalmazások.
 Derékszögű koordináta-rendszer.
 Alakzatok egyenlete.
 Trigonometrikus összefüggések és alkalmazásai.

Valószínűség, statisztika 16 óra

Statisztikai és mintavételi adatok vizsgálata (közvélemény-kutatás, minőség ellenőrzés).
 A binomiális eloszlás várható értéke, szórása.
 Visszatevés nélküli modell.
 A nagy számok törvényének szemléletes tartalma.
 Eseményalgebra.
 Események függetlensége.
 A valószínűség meghatározása geometriai mérték segítségével.
Összefoglalás:
 Adathalmazok jellemzői: számtani közép, mértani közép-súlyozott közép, medián, módusz, szórás.
 Gyakoriság, relatív gyakoriság.
 A klasszikus valószínűségi modell.

Felkészülés az érettségire: 17 óra

A továbbhaladás feltételei

Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek.
 Számtani és mértani sorozat esetén az n -dik tag, és az első n elem összegének kiszámítása feladatokban.
 Kamatoskamat-számítás alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban.
 Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételeken kívül: térelemek kölcsönös helyzetének, távolságuk, hajlásszögük definíciójának ismerete.
 A megismert felszín- és térfogat számítási képletek alkalmazása egyszerű feladatokban.
 Egyszerű klasszikus valószínűség-számítási feladatok megoldása.