

MATEMATIKA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységgel. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy minél inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becsléssel alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukció és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érthetősége és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehet végtelen a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék,

hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszer matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenrzés igénye, a sajátunktól eltér szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehet ségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekben a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen elemeket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függően, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a múlt századokban való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszer nekünk t n matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét elírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti

érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, és mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjéért a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaeorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen tovább tanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

	A tantárgy heti óraszám	A tantárgy éves óraszám
7. évfolyam	3	108
8. évfolyam	4	144
9. évfolyam	4	144
10. évfolyam	4	144
11. évfolyam	3	108
12. évfolyam	4	124

7–8. évfolyam

Az új iskolatípus lehet séget nyújt arra, hogy pozitív motivációval hozzásegítsünk minden tanulót a matematikai gondolkodás örömeinek megismeréséhez. Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerezésképességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betékel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt kell helyezni arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelel) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségsége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás eltt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehet séget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelel en módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehet séget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböz matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelel önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerezésképességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reáltárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítéssel ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reáltárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltélemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor elnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

7. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	11 óra
2. Számelmélet, algebra	42 óra
3. Függvények, sorozatok	10 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	6 óra
Összefoglalás, gyakorlás, ismétlés	5 óra
Ellenőrzés, számonkérés	4 óra
Az össz. óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 11 + folyamatos
Elzárts tudás	<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része.</p> <p>Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszközjellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés</p>	

	<p>(szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.</p> <p>A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazm. veletek alkalmazásával.</p> <p>Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz.</p>	<p>A halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Rendszerszemlélet fejlesztése.</p>	
<p>Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.</p>	<p>A matematikai szaknyelv pontos használata.</p> <p>A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb használata.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</p>
<p>Egyszer („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.</p>	<p>Kulturált érvelés képességének fejlesztése.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás el. készítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.</p>	<p>A bizonyítási igény felkeltése.</p> <p>Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás.</p> <p>A kulturált vitatkozás elsajátítása.</p>	
<p>A gyakorlati élethez és a</p>	<p>Szövegelemzés, értelmezés,</p>	<p><i>Fizika; kémia;</i></p>

társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.	szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenrészés, önellenrészés iránti igényerősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	<i>biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat: számításos feladatok.</i>
Matematikai játékok.	Aktív részvétel, pozitív attitűd.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret 42 óra
Előzetes tudás	<p>Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal.</p> <p>Ellentett, abszolút érték, reciprok.</p> <p>Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság.</p> <p>Alapműveletek racionális számokkal írásban.</p> <p>A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>A százalékszámítás alapjai.</p>	

<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Racionális számok (véges, végtelen tizedes törtek), példák nem racionális számra (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek).	A számfogalom mélyítése.	
A természetes, egész és racionális számok halmazának kapcsolata.	A rendszerezési képesség fejlesztése.	
M-veletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése.	M-veletfogalom mélyítése. A zárójel és a m-veleti sorrend biztos alkalmazása. Számolási és a becslési készség fejlesztése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számításos feladatok.</i>
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének	

	felkeltése.	
<p>M veletek hatványokkal: azonos alapú hatványok szorzása, osztása.</p> <p>Hatványozásnál az alap és a kitev változásának hatása a hatványértékre.</p>		<p><i>Kémia:</i> az anyagmennyiség mértékegysége (a mól).</p> <p><i>Földrajz:</i> termelési statisztikai adatok.</p>
10 pozitív egész kitev j hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	<i>Kémia:</i> számítási feladatok.
<p>Prímszám, összetett szám. Prímtényez s felbontás.</p> <p>Matematikatörténet: érdekességek a prímszámok köréb l.</p>	A korábban tanult ismeretek és az új ismeretek közötti összefüggések felismerése.	
<p>Oszthatósági szabályok.</p> <p>Számelméleti alapú játékok.</p> <p>Matematikatörténet: tökéletes számok, barátságos számok.</p> <p>Legnagyobb közös osztó, legkisebb pozitív közös többszörös.</p>	<p>A tanult ismeretek felelevenítése.</p> <p>Oszthatósági szabályok alkalmazása a törtekkel való m veleteknél.</p> <p>A bizonyítási igény felkeltése oszthatósági feladatoknál.</p> <p>Két szám legnagyobb közös osztójának meghatározása prímtényez s felbontás alapján.</p> <p>A legkisebb pozitív közös többszörös meghatározása prímtényez s felbontás alapján.</p>	
<p>Arány, aránypár, arányos osztás.</p> <p>Egyenes arányosság, fordított arányosság.</p>	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerül arányossági feladatok megoldása során.	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegeértelmezés.</p> <p><i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások</p>

		<p>felhasználása feladatmegoldásokban.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: m szaki rajzok értelmezése.</i></p>
<p>Mértékegységek átváltása racionális számkörben.</p>	<p>Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése.</p> <p>Ciklusonként átélt id és lineáris id fogalom, id tartam, id pont szavak ért ismerete, használata.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: F zésnél a tömeg, az rtartalom és az id mérése.</i></p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: évtized, évszázad, évezred.</i></p>
<p>Az alap, a százalékérték és a százalékláb fogalmának ismerete, értelmezése, kiszámításuk következtetéssel, a megfelelő összefüggések alkalmazásával.</p>	<p>A mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolat meglátása a gazdasági élet, a környezetvédelem, a háztartás köréb l vett egyszer bb példákon.</p>	
<p>A mindennapjainkhoz köthet százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.</p>	<p>Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböz termékek (pl. élelmiszerek, növényvéd - szerek, oldatok) anyagösszetétele köréb l.</p> <p>Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése.</p> <p>Becslések és következtetések végzése.</p> <p>Zsebszámológép célszer használata a számítások egyszer sítésére, gyorsítására.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés.</i></p> <p><i>Fizika; kémia: számítási feladatok.</i></p> <p><i>Kémia: oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.</i></p>

<p>Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú, egynem kifejezés fogalma. Helyettesítési érték kiszámítása.</p>	<p>Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszer szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Bet k használata szöveges feladatok általánosításánál.</p>	<p><i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.</p>
<p>Egyszer átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei.</p>	<p>Egyszer szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszer képletalakítások elvégzése.</p> <p>Algebrai kifejezések egyszer átalakításának felismerése.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentése. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</p>
<p>Els fokú egyenletek, els fokú egyenl tlenségek megoldása. Mérlegelv.</p> <p>Alaphalmaz, megoldáshalmaz.</p>	<p>Az egyenl , nem egyenl fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen.</p> <p>Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Az ellen rzés igényének fejlesztés.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számításos feladatok.</p>
<p>A matematikából és a mindennapi életb l vett egyszer szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellen rzés.</p> <p>Egyszer matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása.</p> <p>Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszer</p>	<p>Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése.</p> <p>A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése.</p> <p>A gondolatmenet tagolása.</p> <p>Az ellen rzési igény további fejlesztése.</p> <p>Igényes kommunikáció kialakítása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.</p>

felhasználása köréb l.	Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Racionális szám. Hatvány, alap, kitev .</p> <p>Százalékalap, százalékláb, százalékték.</p> <p>Prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</p> <p>Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság.</p> <p>Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynem kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás.</p> <p>Egytagú, többtagú kifejezés.</p> <p>Egyenlet, változó, egyenl tlenség, mérlegelv, ellen rzés.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, sorozatok	Órakeret 10 óra
El zetes tudás	<p>Egyszer sorozatok folytatása adott szabály szerint.</p> <p>Biztos tájékozódás a derékszög koordináta-rendszerben.</p> <p>Egyszer grafikonok értelmezése. Egyszer kapcsolatok ábrázolása derékszög koordináta-rendszerben.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése.</p> <p>Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
------------------	----------------------------------	----------------------------

<p>Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Függvények és ábrázolásuk a derékszög koordináta-rendszerben.</p>	<p>A függvény-szemlélet fejlesztése.</p> <p>Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.</p>	<p><i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.</p>
<p>Lineáris függvények.</p> <p>Egyenes arányosság grafikus képe.</p>	<p>A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat felfedezése konkrét példák alapján.</p> <p>Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben.</p> <p>Számítógép használata a függvények ábrázolására.</p>	<p><i>Fizika:</i> út-idő.</p>
<p>Egy ismeretlenes első fokú egyenletek grafikus megoldása.</p>	<p>Helyzetfelismerés: a tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.</p>	
<p>Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.</p>	<p>Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban.</p> <p>Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.</p>	<p><i>Földrajz:</i> adatok hőmérsékletre, csapadék mennyiségére.</p> <p><i>Kémia:</i> adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.</p>
<p>Egyszerű sorozatok vizsgálata.</p> <p>Matematikatörténet: Gauss.</p>	<p>Gauss-módszer.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, csökkenés, értelmezési tartomány, értékészlet. Számítási sorozat, számítási közép.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 30 óra
Elzertes tudás	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.</p> <p>Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok. Háromszög, négyszög bels és küls szögeinek összegére vonatkozó tapasztalatok.</p> <p>Téglatest tulajdonságai.</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszer alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése.</p> <p>Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága.</p> <p>Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése.</p> <p>Szerkesztési eszközök használata.</p> <p>Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.</p> <p>A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása.</p> <p>A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Rendszerezés készség fejlesztése.</p> <p>A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése.</p> <p>Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése.</p> <p>Az esztétikai-, művészi tudatosság és kifejező képesség fejlesztése.</p> <p>Képzeletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.</p> <p>A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).</p>	

	Az együttm ködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményez készség, együttm ködési készség, tolerancia.
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Háromszögek osztályozása oldalak, illetve szögek szerint.	A tanult ismeretek felidézése, meger sítése. A halmazszemlélet fejlesztése. A háromszögek és a négyszögek tulajdonságaira vonatkozó igaz- hamis állítások megfogalmazásán keresztül a vitakészség fejlesztése. Tömör, de pontos szabatos kifejez készség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is.	
A háromszögek magassága, magasságvonala, magasságpontja. A háromszögek kerületének és területének kiszámítása.	Számolási készség fejlesztése. Átdarabolás a terület meghatározásához. Eredmények becslése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs program.
A háromszög és a négyszög bels és küls szögeinek összege. <i>Matematikatörténet:</i> Bolyai Farkas, Bolyai János. Érdekességek: gömbi geometria.	Tételek megfogalmazása megfigyelés alapján. Bizonyítási igény felkeltése.	
Paralelogramma, trapéz, deltoid tulajdonságai, kerülete, területe. Szabályos sokszögek. Kör kerülete, területe.	Törekvés a tömör, de pontos, szabatos kommunikációra. A szaknyelv egyre pontosabb használata írásban is. A terület meghatározása	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák, területtel kapcsolatos számítás.

<p>A kör és érintője.</p>	<p>átdarabolással.</p> <p>A kör területének közelítése méréssel.</p> <p>Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> Pantheon, Colosseum.</p>
<p>A tanult síkbeli alakzatok (háromszög, trapéz, paralelogramma, deltoid) szerkesztése.</p> <p>Nevezetes szögek szerkesztése: 15°, 45°, 75°, 105°, 135°.</p>	<p>A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. Átélt folyamatról készült leírás gondolatmenetének értelmezése (pl. egy szerkesztés leírt lépéseiről a folyamat felidézése).</p> <p>A szaknyelv pontos használata.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> m. szaki rajz készítése.</p> <p><i>Földrajz:</i> szélességi körök és hosszúsági fokok.</p>
<p>Középpontos tükrözés.</p> <p>A középpontos tükrözés tulajdonságai. A középpontos tükörkép szerkesztése.</p>	<p>Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> m. vészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.</p>
<p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban.</p> <p>A tanult sokszögek osztályozása szimmetria szerint.</p>	<p>A megfigyelési képesség fejlesztése.</p> <p>Halmazképzés, rendszerezési képesség fejlesztése.</p> <p>A matematika kapcsolata a természettel és a m. vészeti alkotásokkal: m. vészeti alkotások vizsgálata (Penrose, Escher, Vasarely).</p> <p>Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.</p>	<p><i>Vizuális kultúra; biológia-egészségtan:</i> középpontosan szimmetrikus alakzatok megfigyelése, vizsgálata a m. alkotásokban és a természetben.</p>
<p>Tengelyes és középpontos szimmetria alkalmazása szerkesztésekben.</p>	<p>Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festmények geometriai alakzatai.</p>
<p>Párhuzamos szárú szögek.</p>	<p>A tanult transzformációk tulajdonságainak felismerése, felhasználása a fogalmak kialakításánál.</p>	

<p>Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei.</p> <p>Az egybevágóság jelölése. \cong</p>	<p>A megfigyel képesség fejlesztése.</p> <p>A szaknyelv pontos használata.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festmények, m vészeti alkotások egybevágó geometriai alakzatai.</p>
<p>Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálója, tulajdonságai, felszíne, térfogata.</p>	<p>A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</p>
<p>Mértékegységek átváltása racionális számkörben.</p>	<p>A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.</p>	<p><i>Testnevelés és sport:</i> távolságok és id becslése, mérése.</p> <p><i>Fizika; kémia:</i> mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.</p>
<p>Egyszer számításos feladatok a geometria különböző területeir l.</p>	<p>A számolási készség, a becslési készség és az ellen rzési igény fejlesztése.</p> <p>Zsebszámológép célszer használata a számítások</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.</p>

	egyszer sítésére, gyorsítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Egybevágóság.</p> <p>Középpontos szimmetria, paralelogramma, rombusz.</p> <p>Egyállású szög, váltószög, csúcsszög.</p> <p>Bels és küls szög. Háromszög, magasságvonal, magasságpont.</p> <p>Hasáb, henger. Alaplap, alapél, oldallap, oldalél.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 6 óra
Elzetes tudás	<p>Egyszer diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.</p> <p>Néhány szám számtani közepének kiszámítása.</p> <p>Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszer gy jtése, rendezése.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A statisztikai gondolkodás fejlesztése.</p> <p>A valószínűségi gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Gazdasági nevelés.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok gy jtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	<p>Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése.</p> <p>Statisztikai szemlélet fejlesztése.</p> <p>Együttműködési készség fejlődése.</p>	<i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérk zések eredményeinek táblázatba rendezése.
Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése,	Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése,	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan;</i>

<p>ábrázolásuk.</p> <p>Számtani közép kiszámítása.</p>	<p>elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése.</p> <p>Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése.</p> <p>Elemző képesség fejlesztése.</p>	<p><i>földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> táblázatok és grafikonok adatainak ki- és leolvasása, elemzése, adatok gyűjtése, táblázatba rendezése.</p> <p><i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.</p>
<p>Valószínűségi kísérletek.</p> <p>Valószínűség elzetes becslése.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése.</p> <p>Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.</p>	<p>Valószínűségi szemlélet fejlesztése.</p> <p>Tudatos megfigyelő képesség fejlesztése.</p> <p>A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése.</p> <p>Tanulói együttműködés fejlesztése.</p> <p>Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.</p>	

<p>A továbbhaladás feltételei a 7. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. – Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása. – Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben. – Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.
--	--

- Fagráfok használata feladatmegoldások során.

Számтан, algebra

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése, helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás.
- Egyszeres algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Első fokú egyenletek és egyenletrendszerek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszeres szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép egyszerű használata a számolás megkönnyítésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatok leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.

Geometria

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek,

négyszögek bels és küls szögeinek összege, nevezetesen négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.

- Tengelyes és középpontos tükörkép szerkesztése.
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.
- A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban el forduló testek térfogatát, mértékét.

Valószínűség, statisztika

- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
- Konkrét feladatok kapcsán a tanuló képes esélylatolgatásra, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.
- Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.

8. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	18 óra
2. Számelmélet, algebra	42 óra
3. Függvények, sorozatok	22 óra
4. Geometria	38 óra
5. Valószínűség, statisztika	9 óra
Összefoglalás, gyakorlás, ismétlés	8 óra
Ellenőrzés, számonkérés	7 óra
Az össz. óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 18 + folyamatos
Elzártszertes tudás	<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része, egyesítése.</p> <p>Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszközjellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet,</p>	

	<p>kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.</p> <p>A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazm. veletek alkalmazásával.</p> <p>Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz.</p> <p>Matematikatörténet: Cantor.</p>	<p>A halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Rendszerszemlélet fejlesztése.</p>	
<p>Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.</p>	<p>A matematikai szaknyelv pontos használata.</p> <p>A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb, tudatos használata.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</i></p>
<p>Egyszer („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.</p>	<p>Kulturált érvelés képességének fejlesztése.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás el. készítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.</p>	<p>A bizonyítási igény felkeltése.</p> <p>Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás.</p> <p>A kulturált vitatkozás</p>	

	elsajátítása.	
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenrészés, önellenrészés iránti igényerősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat: számításos feladatok.</i>
Matematikai játékok.	Aktív részvétel, pozitív attitűd. (pl. Hanoi torony)	
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés, kiválasztás. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret 42 óra
Előzetes tudás	<p>Racionális számkör. M-velemek racionális számokkal. Pozitív egész kitevőjű hatvány fogalma. M-velemek hatványokkal. Prímszám, prímtényezőkre bontás.</p> <p>Algebrai kifejezések. Első fokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása, mérlegelvény.</p> <p>Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság, fordított arányosság, arány, arányos osztás.</p>	

	<p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>A százalékszámítás alapjai.</p>
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre, egész számok körében.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének felkeltése.	
10 egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	<i>Kémia:</i> számítási feladatok.
A négyzetgyök fogalma. Számok négyzete, négyzetgyöke. Példa irracionális számra (π , $\sqrt{2}$).	Négyzetgyök meghatározása számológéppel.	
Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.

	megoldása során.	<p><i>Fizika; kémia; földrajz: arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban.</i></p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: m szaki rajzok értelmezése.</i></p>
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	<p>Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése.</p> <p>Ciklusonként átélt id és lineáris id fogalom, id tartam, id pont szavak ért ismerete, használata.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: F zésnél a tömeg, az rtartalom és az id mérése.</i></p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: évtized, évszázad, évezred.</i></p>
A mindennapjainkhoz köthet százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.	<p>Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböz termékek (pl. élelmiszerek, növényvéd - szerek, oldatok) anyagösszetétele köréb l.</p> <p>Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése.</p> <p>Becslések és következtetések végzése.</p> <p>Zsebszámológép célszer használata a számítások egyszer sítésére, gyorsítására.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegeértelmezés.</i></p> <p><i>Fizika; kémia: számítási feladatok.</i></p> <p><i>Kémia: oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.</i></p> <p><i>Fizika: hatásfok kiszámítása.</i></p>
Egyszer átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész	Egyszer szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: Képletek átalakítása.</i></p>

<p>kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel.</p>	<p>szükséges egyszer képletalakítások elvégzése.</p> <p>Algebrai kifejezések egyszer átalakításának felismerése.</p>	<p>A képlet értelme, jelentése. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</p>
<p>Els fokú, illetve első fokúra visszavezethető egyenletek, első fokú egyenletrendszerek megoldása.</p> <p>Azonosság.</p> <p>Azonos egyenletrendszerek.</p> <p>Alaphalmaz, megoldáshalmaz.</p>	<p>Az egyenlet, nem egyenlet fogalmának elmélyítése.</p> <p>Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számszerűen.</p> <p>Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Az ellenőrzés igényének fejlesztés.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p>
<p>A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés.</p> <p>Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása.</p> <p>Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a családi jövedelmének egyszerű felhasználása körébe.</p>	<p>Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése.</p> <p>A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése.</p> <p>A gondolatmenet tagolása.</p> <p>Az ellenőrzési igény további fejlesztése.</p> <p>Igényt kommunikáció kialakítása.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő.</p> <p>Négyzetgyök. Százalékalap, százalékláb, százaléktér.</p> <p>Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság.</p> <p>Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték,</p>	

	<p>egynem kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás.</p> <p>Egytagú, többtagú kifejezés.</p> <p>Egyenlet, változó, egyenletlenség, azonosság, mérlegelv, ellenrész.</p>
--	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, sorozatok	Órakeret 22 óra
Elzáró tudás	<p>Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint.</p> <p>Biztos tájékozódás a derékszög koordináta-rendszerben.</p> <p>Függvények és ábrázolásuk derékszög koordináta-rendszerben.</p> <p>Lineáris függvények.</p> <p>Grafikonok értelmezése.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése.</p> <p>Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Függvények és ábrázolásuk a derékszög koordináta-rendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.
Lineáris függvények. (Példa nem lineáris függvényre: $f(x) = x^2$, $f(x) = x$). Függvények jellemzése növekedés, csökkenés.	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat felfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a	<i>Fizika:</i> út-idő ; feszültség-áramerősség.

	racióális számkörben. Számítógép használata a függvények ábrázolására.	
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.	Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban. Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.	<i>Földrajz:</i> adatok h mérsékletre, csapadék mennyiségére. <i>Kémia:</i> adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.
Egyszer sorozatok vizsgálata. Matematikatörténet: Gauss.	Gauss-módszer.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, csökkenés, értelmezési tartomány, értékészlet. Számítási sorozat, számítási közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 38 óra
Elzetes tudás	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.</p> <p>Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek.</p> <p>Téglatest tulajdonságai.</p> <p>Tengelyesen és középpontos tükrözés.</p> <p>Nevezetes szögpárok.</p> <p>Háromszögek egybevágóságának esetei.</p> <p>Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága.</p>	

	<p>Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Mer leges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése.</p> <p>Szerkesztési eszközök használata.</p> <p>Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.</p> <p>Háromszögek, speciális négyszögek kerületének és területének kiszámítása.</p> <p>Háromszög, négyszög alapú hasábok, hengerek felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Rendszerez készség fejlesztése.</p> <p>A mindennapi élethez kapcsolódó egyszer geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban el forduló geometriai ismereteket igényl problémák megoldására való képesség fejlesztése.</p> <p>Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése.</p> <p>Az esztétikai-, m vészeti tudatosság és kifejez képesség fejlesztése.</p> <p>Képzeletben történ mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.</p> <p>A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).</p> <p>Az együttm ködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményez készség, együttm ködési készség, tolerancia.</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Eltolás, a vektor fogalma.	Egyszer alakzatok eltolt képeinek megszerkesztése. A megfigyel képesség	

	fejlesztése. Áttekinthet , pontos szerkesztés igényének fejlesztése.	
Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálója, tulajdonságai, felszíne, térfogata. Ismerkedés a forgáskúppal, gúlával, gömbbel.	A halmazszemlélet és a térselelem fejlesztése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése. <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.	<i>Testnevelés és sport:</i> távolságok és id becslése, mérése. <i>Fizika; kémia:</i> mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.
Pitagorasz tétele Matematikatörténet: Pitagorasz élete és munkássága. A pitagorasz-i számhármassok.	A Pitagorasz-tétel alkalmazása geometriai számításokban. Annak felismerése, hogy a matematika az emberiség kultúrájának része. A bizonyítási igény felkeltése.	

	Számítógépes program felhasználása a tétel bizonyításánál.	
Egyszer számításos feladatok a geometria különböző területeiről.	A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.
Kicsinyítés és nagyítás.	A megfigyelési képesség fejlesztése: a középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.	<i>Földrajz:</i> térkép. <i>Biológia-egészségtan:</i> mikroszkóp. <i>Vizuális kultúra:</i> valóság tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Vektor. Egybevágóság. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számítási közepének kiszámítása. Módusz, medián. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok rendszerezése, rendezése, esélylatolgatás. Biztos, lehetetlen események.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A statisztikai gondolkodás fejlesztése.</p> <p>A valószínűségi gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Gazdasági nevelés.</p>
---	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	<p>Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése.</p> <p>Statisztikai szemlélet fejlesztése.</p> <p>Együttműködési készség fejlesztése.</p>	<p><i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.</p>
<p>Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése, ábrázolásuk.</p> <p>Számítási közép kiszámítása.</p>	<p>Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése, elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése.</p> <p>Ok-okozati összefüggéseket felismerési képesség fejlesztése.</p> <p>Elemzési képesség fejlesztése.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> táblázatok és grafikonok adatainak ki- és beolvasása, elemzése, adatok gyűjtése, táblázatba rendezése.</p> <p><i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.</p>
<p>Valószínűségi kísérletek.</p> <p>Valószínűség elvzetes becslése, szemléletes fogalma.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése.</p> <p>Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség-számítás fejlődéséről.</p>	<p>Valószínűségi szemlélet fejlesztése.</p> <p>Tudatos megfigyelési képesség fejlesztése.</p> <p>A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése.</p> <p>Tanulói együttműködés</p>	

	fejlesztése. Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.	

A továbbhaladás feltételei a 8. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. – Egyszer állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása. – Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben. – Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával. – Fagráfok használata feladatmegoldások során.
	<p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése, helyes és értelmes kerekítése. – Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság. – A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során. – A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül. – Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás. – Egyszer algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval. – Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén. – Első fokú egyenletek és egyenletrendszerek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen. – A binomiális kifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása

matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.

- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanult alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatok leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.

Geometria

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetesen négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.
- Tengelyes és középpontos tükrökép, eltolt alakzat képeinek szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).
- A Pitagorasz-tételt kimondása és alkalmazása számítási feladatokban.
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.
- A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, mértékét.

Valószínűség, statisztika

- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
- Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.
- Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.

9–10. évfolyam

A hat évfolyamos gimnázium második szakaszában a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a f hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles kör bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segít jeként való közrem ködésben. Ezekben az években er södik a tanulók önismerete, és megfelel kéességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdekl és.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés f módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellen rzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehet ségek megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvet módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehet ségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a m vészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók el tt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított id b ven megtérül az ennek következtében növekv érdekl és, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen el nyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai széls érték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehet ségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkit zés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, a gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11 óra
2. Számтан, algebra	49 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	17 óra
4. Geometria	46 óra
5. Valószínűség, statisztika	7 óra
Összefoglalás, gyakorlás, ismétlés	7 óra
Ellenőrzés, számonkérés	7 óra
Az össz. óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülete elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfelnevelés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma, halmazok számossága	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	

<i>Matematikatörténet: Cantor.</i>		
Részhalmaz. Halmazm veletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidej követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazm veletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelent ségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> él lények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezel vel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felez mer leges, szögfelez , középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidej követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Logikai m veletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jelleg érvelésekben a logikai m veletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi köt szavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos	

	szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érvelés, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytított mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.

Fermat-sejtés, négy színsejtés).		
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Egyszer kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezeléssel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám).	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen,	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.

Egyszer hálózat szemléltetése.	elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha, akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 49 óra
Elzáró tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlettelenség. Egyszerű szöveg alapján első fokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első fokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényez s felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)</p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényez s felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszer oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszer gondolatmenet megfordítása. Érvelés.</p>	
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitev re. Permanencia-elv.</p>	<p>Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.</p>	
<p>A hatványozás azonosságai.</p>	<p>Korábbi ismeretekre való emlékezés.</p>	
<p>Számok abszolút értéke.</p>	<p>Egyenérték definíció (távolsággal adott definícióval).</p>	<p><i>Fizika:</i> h mérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség el jeles értelmezése.</p>
<p>Különböz számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.</p>	<p>A különböz számrendszerek egyenérték ségének belátása.</p>	<p><i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.</p>
<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, id , terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemz inek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban el forduló nagy és kis mennyiségekkel történ</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségktan:</i> tér, id , nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteit l az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.</p>

	számolás	
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat $(a+b+c)^2$ alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszer feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszeri alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszeresítése, b vitése, m műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan:</i> számítási feladatok.
Első fokú egyenletek és egyenletrendszerek megoldása különböző módszerekkel (lebonthatóság, mérlegelés, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). Egyszeri egyenletek paraméterrel.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.	
Első fokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítési módszer, egyenlet illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Első fokú egyenletre, egyenletrendszerre vezet szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl.	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan:</i> számítási feladatok.

	<p>százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele).</p> <p>A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezeléssel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzügyvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.</p>
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekben.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése..
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenlet. $ x + c = ax + b$.	Definíciókra való emlékezés.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Első fokú egyenlet. Első fokú egyenletrendszer. Egyenletrendszer.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása.	

	Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Id ben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> id ben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezel vel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelő en. Id ben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereit alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> id ben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$)	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma.

grafikonja, tulajdonságai.		<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélső érték hely, szélső érték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 46 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek	

	elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlának felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelel részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező mer legesek, belső szögfelező, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztéssel, bizonyítás nélkül).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztéssel).
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	

sokszög belső szöge.		
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szélesség, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegységválasztás, mérési szám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgő mozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merlegek összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.

Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a m vészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képz m vészet; m vészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képz m vészet; m vészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszer szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellen rzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidej követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkeszt program).
Vektorok összege, két vektor különbsége.	M veleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> er k összege, két er különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új m veletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Bels szög, küls szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorm velet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 7 óra
El zetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiaagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.
---	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiaagram, oszlopdiaagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként megjelölésének jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervez k összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszer információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diaagram). <i>Földrajz:</i> id járási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemz i: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemz vel: el nyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diaagram, táblázat. Módusz, medián, átlag., terjedelem. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

A továbbhaladás feltételei a 9. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazm veletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
---	---

- Egyszerű számlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.

Számтан, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevű hatványok, azonosságok.
- Első fokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezet szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Első fokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezet szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keres programok célirányos használatára, szövegekben a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok,

nevezetes vonalak, pontok, körök).

- Derékszög háromszögre visszavezethet (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerezési képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.

10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számтан, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	7 óra
4. Geometria	44 óra
5. Valószínűség, statisztika	13 óra
Összefoglalás, gyakorlás, ismétlés	7 óra
Ellenőrzés, számonkérés	7 óra
Az össz. óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.

<p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).</p>	<p>szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	
<p>Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)</p>	<p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi költészet szavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentés tartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos</p>	

	jelleg) szöveg értelmezése.	
<p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érvelés, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.</p>	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámolásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diskusszió (pl. van-e ismétlés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezeléssel.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>
<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.</p>	<p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban,</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.</p> <p><i>Informatika:</i></p>

	település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: pl. családfa.</i> <i>Technika, életvitel és gyakorlat: közlekedés.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 50 óra
Elzetes tudás	Egész kitevő j hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlettelenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
------------------	----------------------------------	----------------------------

A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevez gyöktelenítése. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésid számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. Diszkrimináns	Különböz algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenletre vezet gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellen rzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényez s alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellen rzés: egyenlet megoldásának ellen rzése.	
Néhány egyszer magasabb fokú egyenlet megoldása.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszer négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax + b} = cx + d$.	Megoldások ellen rzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesít módszer.	Egyszer másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesít módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidej	

	követése.	
Egyszer másodfokú egyenl tlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethet egyenl tlenségek ($a \neq 0$).	Egyszer másodfokú egyenl tlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjelleg használata.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Egyszer paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidej követése. Halmazok eszközjelleg használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika</i> : minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Gyöktényez s alak. Egyenletrendszer. Egyenl tlenség. Számtani közép, mértani közép. Széls érték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 7 óra
El zetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában	

egység nevelési- fejlesztési céljai	(függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenletrendszerek megoldására; másodfokú függvényre vezet szélsőérték-feladatok	Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 44 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma, húrnégyszögek tétele. Látószög; látószögekörív mint speciális pontthalmaz (Thalész tételének általánosítása).</p>	<p>Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztő program).</p>
<p>Párhuzamos szelők és szelőszakaszok tétele</p> <p>Szögfelezőtétel</p> <p>Középpontos hasonlóság, hasonlóság.</p> <p>Arányos osztás.</p> <p>A hasonlósági transzformáció.</p>	<p>A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztő program).</p>
<p>Hasonló alakzatok.</p>	<p>A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.</p>	
<p>A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p>	<p>Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.</p>	
<p>A hasonlóság alkalmazásai.</p> <p>Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.</p>	<p>Új ismeretek matematikai alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.</p>

Magasságtétel, befogótétel a derékszög háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> \vec{e}_1 , \vec{e}_2 eredő vektor felbontása.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, \vec{e}_1 , \vec{e}_2 vektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		<i>Fizika:</i> \vec{e}_1 vektor felbontása derékszög összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszög háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> \vec{e}_1 vektor felbontása derékszög összetevőkre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Hasonló. Arány. Vektor, vektormódul, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási alapfeladatok. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események el állítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.
A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modelljének el készítése egyszeri példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Kulcsfogalmak/	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény,	

fogalmak	biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.
-----------------	---

A továbbhaladás feltételei a 10. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezet szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezet szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. – Az idős szak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értelmének olvasására, tankönyvek, keres programok célirányos használatára, szövegekben a lényeg kiemelésére. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati számításokban. – A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete. – Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
--	--

- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögök szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az elzártsan „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerezési képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés id szaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényez je az elemz és összegz képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az el z évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehet vé teszik. Az érettségi el tt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordinátageometria elemeinek tanításával a matematika különböz területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gy jtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kisel adások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szeret tanulóknak se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	29 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	15 óra
4. Geometria	32 óra
5. Valószínűség, statisztika	12 óra
Összefoglalás, gyakorlás, ismétlés	5 óra
Ellenőrzés, számonkérés	5 óra
Az össz óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámítási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, b. vítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszer geometriai feladatokban.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> elrejelzések, tendenciák megfogalmazása

Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>		<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet: Euler.</i>	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 29 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenletrendség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján.	

	A hatványfogalom célszer kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezet valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezet valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása,	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.

	radioaktivitás).	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevő j hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alap gondolatának megértése. Idő t függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvénymodell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szervezése

	összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - er források kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öreged Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Színuszfüggvény, koszínuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 32 óra
El zetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Els fokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorm veletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása:	

	koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Színusztétel, koszínusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszög háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Pitagorasz-i összefüggés egy szög szinusz és koszínusz között. Összefüggés a szög és a mellékszög szinusz, illetve koszínusz között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszínusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezet, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgő mozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A merlegesség újraszéneke felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Mervek	A vektor fogalmának bevezetése	<i>Fizika:</i> vektor összeadása

koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	(algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felez pontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkeszt program).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkeszt program).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkeszt program).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (első fokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkeszt program).
A kör adott pontjában	A geometriai fogalmak	<i>Informatika:</i> ponthalmaz

húzott érint je.	megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztő program).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszer síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztő program használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 12 óra
Elzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Mivel az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események elállítása elemi események összegeként. Példák független	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.

és nem független eseményekre.		
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.</i>	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az kutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

<p>A továbbhaladás feltételei a 11. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához ill. módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjelleg. használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez ill. matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani,. – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
---	--

- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság és szög kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	8 óra
2. Számтан, algebra	–
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	26 óra
5. Valószínűség, statisztika	13 óra
Rendszerezés összefoglalás	52 óra
Ellenőrzés, számonkérés	5 óra
Az össz. óraszám	124 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor”.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos	

	szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 0 óra
Előzetes tudás		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Lásd a Rendszerezés összefoglalásnál.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 20 óra
--	--	----------------------------

Elzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatok számítása.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénzügyi világgal kapcsolatos folyamatok, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számítási sorozat, mértani sorozat.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 26 óra
Elzáró tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pont-halmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögre, speciális háromszögre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszer testek (hasábok és hengerek), kúpszer testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersiz, kúpszer testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terület, felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 13 óra
Elzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, birtoklása. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelmek, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valószínűség: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szórás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerezés összefoglalás	Órakeret 52 óra
Elzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek	

	<p>megfelel en; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.</p>
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<p><i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.</p> <p><i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.</p>
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjelleg használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.

	következtetés bemutatása, elemzése.	
Kombinatorika: leszámítási feladatok. Egyszer feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
M veletek értelmezése és m veleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett m veletek, halmazm veletek, logikai m veletek, m veletek vektorokkal, m veletek vektorral és valós számmal, m veletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelít érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvet adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i>
Egyenletek és egyenl tlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenl tlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellen rzése.	Adott egyenlethez ill megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellen rzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Els - és másodfokú egyenlet és	Tanult egyenlettípusok és	

<p>egyenl tlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszer exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.</p>	<p>egyenl tlenségtípusok önálló megoldása.</p>	
<p>Els fokú és egyszer másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.</p>	<p>A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.</p>	
<p>Egyenletekre, egyenl tlenségekre vezet gyakorlati életb l vett és szöveges feladatok.</p>	<p>Matematikai modell (egyenlet, egyenl tlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellen rzés.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i></p>
<p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p>		
<p>A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.</p>	<p>Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, széls érték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.</p>	
<p>A tanult alapfüggvények ismerete.</p>	<p>Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).</p>	
<p>Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre mer legesen.</p>	<p>Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.</p>	
<p>Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.</p>	<p>Emlékezés, ismeretek mozgósítása.</p>	
	<p>Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.</p>	<p><i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i></p>

<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése m vészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszög háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		

Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet: nevezetes szerkeszthető síki problémák.</i>	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hitelesség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. M velet, m veleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenletrendség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

**A továbbhaladás
feltételei a
12. évfolyam
végén**

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

Számтан, algebra

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

Geometria

- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai

	<p>szakkifejezéseket, jelöléseket.</p> <ul style="list-style-type: none">– A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjen a tanulók kommunikációs készsége.– A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyenek tisztában a magyar matematikusok eredményeire.
--	--