



Tatabányai Árpád Gimnázium

Osztályozó vizsga követelményei

HT4-2020 és HT6-2020

Négy és hat évfolyamos gimnázium

**Matematika
specializáció**

11. évfolyam, emelt matematika

Trigonometria

- hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója a derékszögű háromszögben;
- a forgásszögek szögfüggvényeinek származtatása a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggései;
- nevezetes szögek szögfüggvényei;
- a szögfüggvények alkalmazása geometriai számítási feladatokban;
- a szögviszakeresés;
- a trigonometrikus függvények grafikonja és jellemzése, transzformációi
- periodicitás
- a szinusz- és a koszinusztétel, trigonometrikus területképlet ismerete és alkalmazása
- trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása
- összefüggések egy adott szög különböző szögfüggvényei között, pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- a szinusztétel és koszinusztétel bizonyítása
- addíciós tételek:
 - két szög összegének és különbségének szögfüggvényei,
 - egy szög kétszeresének szögfüggvényei,
- trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása.
- háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.
- Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.

Oszthatóság

- az oszthatóság alapvető fogalmai;
- összetett számok felbontása prímszámok szorzatára;
- a számelmélet alaptétele;
- osztók száma;
- a prímek száma végtelen-bizonyítással;
- két természetes szám legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének meghatározása;
- oszthatósági szabályok;
- összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- más alapú számrendszerekben: átváltás különböző alapú számrendszerek között, műveletek számrendszerben adott számokkal
- a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig;

- példák irracionális számokra
- az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Számhalmazok műveleti zártsága

Hatvány, gyök, logaritmus

- n -edik gyök és a törtekitevőjű hatvány fogalma
- a gyökvonás azonosságai
- permanencia elv
- a hatványozás azonosságai racionális kitevőkre;
- hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőre
- Az exponenciális függvények grafikonja és jellemzése
- a logaritmus értelmezése
- áttérés más alapú logaritmusra
- számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban
- A logaritmus fogalma.
- Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.
- Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra.
- A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.
- A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.
- Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata.
- Inverz függvénykapcsolat.
- Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek.
- Exponenciális egyenletek és egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Koordináta-geometria

- a skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai
- skaláris szorzat meghatározása koordinátákkal, az összefüggés bizonyítása
- vektorok hajlásszöge
- felezőpont, harmadolópont háromszög súlypontja, a megfelelő összefüggések bizonyítása
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- vektorműveletek tulajdonságai
- egyértelmű vektorfelbontási tétel

- vektor 90° -os elforgatottja
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- alakzat egyenlete
- Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens
- A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata
- Az egyenes egyenletei:
 - Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes egyenlete.
 - Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban.
 - Iránytényezős egyenlet.
- Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata.
- Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.
- Két egyenes metszéspontja.
- Két egyenes hajlásszöge.
- a kör egyenlete
- a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása, két kör közös pontjainak meghatározása
- A parabola fogalma, fókuszpont, vezéregyenes
- A parabola tengelyponti egyenlete.
- A parabola és a másodfokú függvény.
- A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.

Sorozatok

- A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat
- Számítási sorozat fogalma, a számítási sorozat n -edik tagja.
- A számtani sorozat első n tagjának összege.
- Mértani sorozat fogalma, a mértani sorozat n -edik tagja.
- A mértani sorozat első n tagjának összege.
- Számítási feladatok számtani és mértani sorozatokra.
- A számtani sorozat mint lineáris, és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.
- Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása.
- Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.
- sorozatok monotonitása és korlátossága
- Sorozatok konvergenciája.
- A határérték szemléletes és pontos definíciói.

- Műveletek konvergens sorozatokkal.
- Konvergens és divergens sorozatok.
- Konvergens sorozatok tulajdonságai.
- Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek.
- Rendőrelv.
- Végtelen sorok.
- Végtelen sor konvergenciája, összege.
- Végtelen mértani sor.
- Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.

Kombinatorika, gráfok

- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.
- sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása, Pascal háromszög
- csúcs fokszáma
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf, út, vonal, kör fogalmának ismerete
- Euler vonal,
- Irányított gráf

12. évfolyam, emelt matematika

Leíró statisztika és valószínűségszámítás

- adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőinek meghatározása, értelmezése
- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középvértékekkel és szóródási mutatókkal, minimum, maximum
- Átlagos abszolút eltérés kiszámítása
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események;
- a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- a valószínűség geometriai modelljét;
- visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel.
- Eseményalgebra
- Elemi események, események előállítására elemi eseményekből, teljes eseményrendszer
- független és nem független események

- A geometriai valószínűség
- feltételes valószínűség
- várható érték
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Függvények, differenciálszámítás

- A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése
- Függvény határértéke
- A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.
- Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke.
- A függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.
- A függvények folytonossága.
- Példák folytonos és nem folytonos függvényekre.
- A folytonosság definíciói.
- Intervallumon folytonos függvények.
- Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai.
- A függvénygörbe érintőjének iránytangense, érintő egyenletének felírása
- A differenciálhatóság fogalma.
- A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény.
- Példák nem differenciálható függvényekre is.
- Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között.
- Alapfüggvények deriváltja: konstans függvény, x^n , trigonometrikus függvények deriváltja.
- Műveletek differenciálható függvényekkel.
- Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg, szorzat, hányados, összetett függvény deriváltja.
- Magasabb rendű deriváltak.
- Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.
- A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.
- Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.
- Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.
- A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.
- Konvexitás vizsgálata deriválással.
- A konvexitás definíciója.
- Inflexiós pont.
- A második derivált és a konvexitás kapcsolata.
- Függvényvizsgálat differenciálszámítással.
- Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.

Síkidomok területe, integrálszámítás, térgeometria

- A területszámítás alapelvei.
- Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből.
- A területszámítás módszereinek áttekintése.
- Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben (pl. geometriai bizonyításokban).
- Síkidomok területének meghatározása
- Függvény grafikonja alatti terület.
- Alsó és felső közelítő összegek.
- Közelítés véges összegekkel.
- A határozott integrál fogalma, jelölése.
- Példa nem integrálható függvényre is.
- Negatív függvény határozott integrálja.
- A határozott integrál és a terület - előjeles terület.
- Az integrál közelítő kiszámítása.
- Matematikatörténet: Bernhard Riemann.
- Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele.
- Korlátos és monoton függvények integrálhatósága.
- A határozott integrál tulajdonságai.
- Az integrál mint a felső határ függvénye.
- Integrálfüggvény.
- Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja.
- Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között.
- A primitív függvény fogalma.
- A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál:
 - hatványfüggvény, polinom függvény;
 - trigonometrikus függvények.
- A Newton Leibniz tétel.
- Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler.
- Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra.
- Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.
- Forgástest térfogatának meghatározása.
- Henger, kúp, csonka kúp, gömb, gömbszelet térfogata.
- A térfogatszámítás alapelvei.
- Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből.
- A térfogatszámítás áttekintése.
- A térfogatszámítás néhány új eleme.
- A gúla, kúp térfogata.

- Csonka gúla, csonka kúp térfogata.
- Alakzatok felszíne, hálójaja.
- Csonka gúla, csonka kúp felszíne.
- Gömb felszíne
- Térgeometria elemei.
- Szabályos testek.

Rendszerező összefoglalás

Gondolkodási módszerek:

Halmazok, matematikai logika:

- Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz.
- Halmazok közötti műveletek.
- Végtelen halmazok elmélete; számosságok.
- Állítások, logikai értékük.
- Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.

Kombinatorika, gráfok, algoritmusok:

- Permutáció, variáció, kombináció.
- Binomiális tétel. Pascal háromszög.
- Elemi gráfelméleti ismeretek.
- A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása

Algebra és számelmélet:

Műveletek kifejezésekkel

- Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok.
- A hatványozás azonosságai.
- A matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv.
- Gyökös kifejezések átalakításai.
- Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.

Számelmélet

- Oszthatósági szabályok.
- Prímszámok.
- Oszthatósági feladatok megoldása.

Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

- Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek.
- Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.

- Polinomok algebrája.
- Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.

Függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Függvények
- A függvény fogalma.
- Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus-, trigonometrikus függvények.
- Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint.
- Függvénytranszformációk.

Sorozatok, sorok

- A sorozat fogalma.
- Számítási, mértani sorozat.
- Rekurzióval megadott egyéb sorozatok.
- Sorozatok monotonitása, konvergenciája.
- A végtelen mértani sor.

Geometria

- Geometriai alapfogalmak
- Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge.
- Geometriai alakzatok, bizonyítások
- Nevezetes pontthalmazok.
- Síkidomok, testek, tulajdonságaik.
- Elemi sík- és térgeometriai tételek.
- Geometriai transzformációk
- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik.

Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria

- Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében.
- Vektorfelbontás, vektorok koordinátái.
- Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel.
- A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása.
- Trigonometrikus azonosságok.
- Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei.
- A parabola definíciója, egyenlete.